## Решение задачи по двойным интегралам скачано с <a href="https://www.matburo.ru/ex\_ma.php?p1=ma2int">https://www.matburo.ru/ex\_ma.php?p1=ma2int</a>

(больше примеров по ссылке)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, программированию

## Пример решения задачи: Вычисление статического момента с помощью двойного интеграла

Задание.

Используя двойной интеграл, вычислить статический момент относительно оси Ох тонкой однородной пластинки, имеющей форму области D, ограниченной заданными линиями. Построить чертеж области интегрирования.

$\Gamma$ раницы области $D$
$x + y = 1$ , $x^2 = y - 1$ , $x = 1$

Решение.

Статический момент относительно оси Ox находится по формуле:

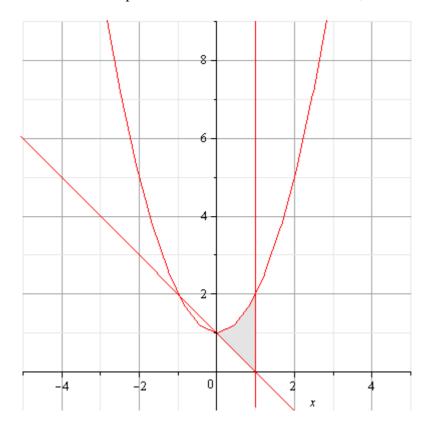
$$M_x = \iint\limits_{\Omega} y \cdot \gamma(x, y) dS$$

Так как по условию пластинка однородна,  $\gamma(x,y)=1$  Схематично построим чертеж области D

## Решение задачи по двойным интегралам скачано с <a href="https://www.matburo.ru/ex\_ma.php?p1=ma2int">https://www.matburo.ru/ex\_ma.php?p1=ma2int</a>

(больше примеров по ссылке)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, программированию



Область D, таким образом, задается неравенствами:

$$\begin{cases} 1 - x \le y \le x^2 + 1 \\ 0 \le x \le 1 \end{cases}$$

Статический момент относительно оси Ох:

$$M_{x} = \iint_{D} y dS = \int_{0}^{1} dx \int_{1-x}^{x^{2}+1} y dy = \int_{0}^{1} \left(\frac{y^{2}}{2} \Big|_{1-x}^{x^{2}+1}\right) dx =$$

$$= \frac{1}{2} \int_{0}^{1} ((x^{2}+1)^{2} - (1-x)^{2}) dx = \frac{1}{2} \int_{0}^{1} (x^{4}+2x^{2}+1-1+2x-x^{2}) dx =$$

$$= \frac{1}{2} \int_{0}^{1} (x^{4}+x^{2}+2x) dx = \frac{1}{2} \left(\frac{x^{5}}{5} + \frac{x^{3}}{3} + x^{2}\right) \Big|_{0}^{1} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3} + 1\right) = \frac{23}{30}$$

OTBET.  $M_x = 23/30$ .