

Тема: Дифференциальные уравнения

ЗАДАНИЕ. Составить дифференциальное уравнение семейства кривых

$$C_1x + (y - C_2)^2 = 0. \quad (1)$$

РЕШЕНИЕ. Так как уравнение содержит два параметра (C_1 и C_2), дифференцируем его два раза по x , считая y функцией от x . Получаем

$$C_1 + 2(y - C_2)y' = 0, \quad (2)$$

$$2y'^2 + 2(y - C_2)y'' = 0. \quad (3)$$

Исключаем C_1 и C_2 из полученных уравнений. Из (2) $C_1 = -2(y - C_2)y'$, подставляя это в (1), получаем

$$-2x(y - C_2)y' + (y - C_2)^2 = 0, \quad (y - C_2)(-2xy' + y - C_2) = 0, \quad -2xy' + y - C_2 = 0.$$

Отсюда $C_2 = y - 2xy'$, подставляем в (3):

$$2y'^2 + 2y'' \cdot 2xy' = 0, \quad y'(y' + 2xy'') = 0.$$

Получили искомое уравнение $y' + 2xy'' = 0$.