

Тема: Дифференциальные уравнения

ЗАДАНИЕ. Решить уравнение $y' - 2xy = 3x^2 - 2x^4$.

РЕШЕНИЕ. Имеем линейное неоднородное уравнение вида (3.1) ($P(x) = -2x$, $Q(x) = 3x^2 - 2x^4$). Сначала решаем соответствующее однородное уравнение:

$$y' - 2xy = 0, \quad dy = 2xy dx, \quad \frac{dy}{y} = 2x dx, \quad \ln |y| = x^2 + \ln |C|, \quad y = Ce^{x^2}.$$

Решение исходного уравнения ищем в виде $y(x) = C(x)e^{x^2}$. Подставляем это выражение в уравнение:

$$C'(x)e^{x^2} + C(x)e^{x^2}2x - 2xC(x)e^{x^2} = 3x^2 - 2x^4,$$

$$C'(x) = e^{-x^2}(3x^2 - 2x^4), \quad C(x) = x^3e^{-x^2} + C_1.$$

Общее решение исходного уравнения имеет вид $y(x) = (x^3e^{-x^2} + C_1)e^{x^2} = x^3 + C_1e^{x^2}$.