Функции нескольких переменных
Приближенные вычисления

ЗАДАНИЕ.

Вычислить приближенно значение функции Z=Z(X,Y) и данной точке с помощью дифференциала.

$z = x + y - \sqrt{x^2 + y^2}$, $M(2,9;\ 3,8)$

РЕШЕНИЕ.

Найдем сначала частные производные функции $z = x + y - \sqrt{x^2 + y^2}$:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \left(x + y - \sqrt{x^2 + y^2}\right)'_x = 1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}},$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \left(x + y - \sqrt{x^2 + y^2}\right)'_y = 1 - \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

Из формулы полного дифференциала следует:

$$z(x + \Delta x, y + \Delta y) \approx z(x, y) + \frac{\partial z}{\partial x}\Delta x + \frac{\partial z}{\partial y}\Delta y.$$

Для значения функции в точке $M(2,9;3,8)$ получаем:

$$z(3 - 0,1; 4 - 0,2) \approx z(3,4) + \frac{\partial z(3;4)}{\partial x}(-0,1) + \frac{\partial z(3;4)}{\partial y}(-0,2) =$$

Вычисляем:

$$z(3;4) = 3 + 4 - \sqrt{3^2 + 4^2} = 7 - 5 = 2,$$

$$\frac{\partial z}{\partial x}(3;4) = 1 - \frac{3}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5} = 0,4,$$

$$\frac{\partial z}{\partial y}(3;4) = 1 - \frac{4}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5} = 0,2.$$

Подставляем и получаем:

$$= 2 - 0,1 \cdot 0,4 - 0,2 \cdot 0,2 = 1,92.$$

Точное значение функции в точке $M(2,9;\ 3,8)$ равно 1,919833.