## Аналитическая геометрия на плоскости
## Геометрическое место точек
## Пример решения задачи

**Задача.** *Составить уравнение линии, расстояние каждой точки которой от начала координат и от точки $A$ (5;0) относятся как 2:1.*

**Решение.** Пусть $M(x,y)$ - произвольная точка искомой линии. Расстояние от нее до начала координат равно $F_1=\sqrt{x^2+y^2}$, а до точки $A$ (5;0) $F_2=\sqrt{(x-5)^2+y^2}$. По условию, эти расстояния относятся как 2:1, то есть $\frac{F_1}{F_2}=\frac{2}{1}$ или $F_1=2F_2$. Получаем:

$$\sqrt{x^2+y^2}=2\sqrt{(x-5)^2+y^2}.$$

Возводим в квадрат и упрощаем выражение:

$$x^2+y^2=4\left(x^2-10x+25+y^2\right),$$

$$x^2+y^2=4x^2-40x+100+4y^2,$$

$$3x^2-40x+100+3y^2=0,$$

$$x^2-\frac{40}{3}x+\frac{100}{3}+y^2=0,$$

$$x^2-2\frac{20}{3}x+\frac{400}{9}-\frac{400}{9}+\frac{100}{3}+y^2=0,$$

$$\left(x-\frac{20}{3}\right)^2-\frac{100}{9}+y^2=0,$$

$$\left(x-\frac{20}{3}\right)^2+y^2=\frac{100}{9},$$

$$\left(x-\frac{20}{3}\right)^2+y^2=\left(\frac{10}{3}\right)^2.$$

Это уравнение окружности с центром в точке (20/3; 0) и радиусом 10/3.