

Тема: Пределы

ЗАДАНИЕ. Вычислить предел

$$\lim_{x \rightarrow b} \frac{a^x - a^b}{\operatorname{arctg}(x - b)}$$

РЕШЕНИЕ:

$$\lim_{x \rightarrow b} \frac{a^x - a^b}{\operatorname{arctg}(x - b)} = \left(\frac{a^b - a^b}{\operatorname{arctg}(b - b)} \right) = \left(\frac{0}{0} \right) =$$

Получили неопределенность вида $\frac{0}{0}$. Применим известные эквивалентности для

преобразования предела: при $x \rightarrow 0$: $a^x \sim 1 + x \ln a$, $\operatorname{arctg} x \sim x$. Получаем:

$$= \lim_{x \rightarrow b} \frac{a^{x-b} a^b - a^b}{\operatorname{arctg}(x - b)} = \lim_{x \rightarrow b} \frac{(1 + (x - b) \ln a) a^b - a^b}{x - b} = a^b \lim_{x \rightarrow b} \frac{1 + (x - b) \ln a - 1}{x - b} =$$

$$= a^b \lim_{x \rightarrow b} \frac{(x - b) \ln a}{x - b} = a^b \ln a.$$