

Решение задачи по математической логике

Исчисление высказываний

Ниже приведены по три клаузы в одном варианте. Каждую клаузу необходимо доказать следующими методами: Квайна, редукций, резолюций.

$$A \rightarrow (B \rightarrow C), A \rightarrow (B \vee C) \Rightarrow A \rightarrow C$$

Решение.

I. Метод Квайна.

1. Пусть $A=1$. Тогда, т.к. $A \rightarrow (B \rightarrow C) = 1$, то:

1) $(B \rightarrow C) = 1$;

2) $(B \vee C) = 1$.

Из 1) получаем, что если $B = 1$, то C тоже равно 1, а если $B = 0$, то C может принимать любое значение. Из 2) получаем, что или B , или C должно быть равным 1.

Следовательно, имеем 2 варианта:

1а) $B = 1$ и $C = 1$;

2а) $B = 0$ и $C = 1$.

Значит, C в любом случае должно быть равно 1.

Тогда заключение $A \rightarrow C$ имеет вид: $1 \rightarrow 1$ и является истинным.

2. Пусть $A=0$. Тогда $(B \rightarrow C)$ и $(B \vee C)$ могут принимать любые значения.

При этом заключение $A \rightarrow C$ имеет вид: $0 \rightarrow C$ и является истинным при любом значении C .

Клауза доказана.

II. Метод редукции.

Пусть в некоторой интерпретации клауза $A \rightarrow (B \rightarrow C), A \rightarrow (B \vee C) \Rightarrow A \rightarrow C$ ложна, т.е. посылки $A \rightarrow (B \rightarrow C)=1, A \rightarrow (B \vee C)=1$, а заключение $A \rightarrow C$ ложно, т.е. $A=1$ и $C=0$.

При этих значениях A и C посылки принимают вид:

$$1) A \rightarrow (B \rightarrow C) = 1 \rightarrow (B \rightarrow 0) = 1;$$

$$2) A \rightarrow (B \vee C) = 1 \rightarrow (B \vee 0) = 1.$$

Из 1) получаем, что $(B \rightarrow 0) = 1$, значит, $B = 0$. Тогда 2-я посылка равна 0, т.к.

$$1 \rightarrow (0 \vee 0) = 1 \rightarrow 0 = 0.$$

Получили противоречие с тем, что все посылки истинны. Таким образом,

исходная клауза $A \rightarrow (B \rightarrow C), A \rightarrow (B \vee C) \Rightarrow A \rightarrow C$ не может

быть ложной ни при какой интерпретации.

III. Метод резолюций.

Преобразуем клаузу в нормальную конъюнктивную форму:

$$\bar{A} \vee \bar{B} \vee C, \bar{A} \vee B \vee C, \bar{\bar{A}} \vee C \Rightarrow 0;$$

$$\bar{A} \vee \bar{B} \vee C, \bar{A} \vee B \vee C, \bar{\bar{A}}, \bar{C} \Rightarrow 0;$$

$$\bar{A} \vee \bar{B} \vee C, \bar{A} \vee B \vee C, A, \bar{C} \Rightarrow 0.$$

Выписываем все посылки и начинаем их склеивать:

№	Выводы	Используемые дизъюнкты
1	$\bar{A} \vee \bar{B} \vee C$	P1
2	$\bar{A} \vee B \vee C$	P2
3	A	P3
4	\bar{C}	P4
5	$\bar{B} \vee C$	1, 3
6	$\bar{A} \vee \bar{B}$	1, 4
7	$B \vee C$	2, 3
8	$\bar{A} \vee B$	2, 4
9	\bar{B}	3, 6
10	B	3, 8
11	0	9, 10

Задача скачана с сайта www.MatBuro.ru

Еще примеры: https://www.matburo.ru/ex_subject.php?p=dm

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике

Получили ноль, что свидетельствует о несовместимости заключения и посылок. Следовательно, клауза доказана.