Доказательство кратности методом математической индукции

Задание. *Докажите методом математической индукции:* $4^{2n-1}+1$ *кратно 5 для всех* $n \geq 1$.

Доказательство:

Докажем: $4^{2n-1}+1$ кратно 5 для всех $n \geq 1$.

При $n=1$ выражение $4^{2n-1}+1$ имеет вид $4^{2\cdot 1-1}+1=4+1=5$ – кратно 5, то есть базис индукции выполняется.

Установим справедливость индукционного шага. Предположим, что $4^{2n-1}+1$ кратно 5 для всех $n \geq 1$. Пусть $4^{2n-1}+1=5k$, $k \in N$. Покажем, что $4^{2(n+1)-1}+1$ кратно 5:

$4^{2(n+1)-1}+1=4^{2n+2-1}+1=4^2 \cdot 4^{2n-1}+1=(15+1)\cdot 4^{2n-1}+1=15\cdot 4^{2n-1}+(4^{2n-1})=(5\cdot 3)\cdot 4^{2n-1}+5k=5\cdot(3\cdot 4^{2n-1}+k)$ – кратно 5.

На основании принципа математической индукции заключаем, что $4^{2n-1}+1$ кратно 5 для всех $n \geq 1$.