

Доказательство кратности методом математической индукции

Задание. Докажите методом математической индукции: $4^{2n-1} + 1$ кратно 5 для всех $n \geq 1$.

Доказательство:

Докажем: $4^{2n-1} + 1$ кратно 5 для всех $n \geq 1$.

При $n = 1$ выражение $4^{2n-1} + 1$ имеет вид $4^{2 \cdot 1 - 1} + 1 = 4 + 1 = 5$ – кратно 5, то есть базис индукции выполняется.

Установим справедливость индукционного шага. Предположим, что $4^{2n-1} + 1$ кратно 5 для всех $n \geq 1$. Пусть $4^{2n-1} + 1 = 5k$, $k \in \mathbb{N}$. Покажем, что $4^{2(n+1)-1} + 1$ кратно 5:

$$4^{2(n+1)-1} + 1 = 4^{2n+2-1} + 1 = 4^2 \cdot 4^{2n-1} + 1 = (15 + 1) \cdot 4^{2n-1} + 1 = 15 \cdot 4^{2n-1} + (4^{2n-1}) = (5 \cdot 3) \cdot 4^{2n-1} + 5k = 5 \cdot (3 \cdot 4^{2n-1} + k) - \text{кратно } 5.$$

На основании принципа математической индукции заключаем, что $4^{2n-1} + 1$ кратно 5 для всех $n \geq 1$.

Задача скачана с сайта www.MatBuro.ru

Еще примеры: https://www.matburo.ru/ex_dm.php?p1=dmmmi

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике