Метод математической индукции

Пример решения задачи на нахождение суммы

Задание. *Найдите сумму*

$1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \ldots + 2012 \cdot 2012! + 2013 \cdot 2013!$

Решение. Покажем, что $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \ldots + n \cdot n! = (n+1)! - 1$

Докажем неравенство методом математической индукции

База индукции $n=1$ получаем $1 \cdot 1! = (1+1)! - 1 \Rightarrow 1 = 1$ - верно

Пусть утверждение верно для $k=n$, покажем, что оно верна для $n=n+1$

$$1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \ldots + n \cdot n! + (n+1)(n+1)! = [1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \ldots + n \cdot n!] + (n+1)(n+1)! = (n+1)! - 1 + (n+1)(n+1)! =$$
$$= (n+1)!(1+n+1) - 1 = (n+1)!(n+2) - 1 = (n+2)! - 1$$

Значит, утверждение $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \ldots + n \cdot n! = (n+1)! - 1$ является верным

Следовательно,

$1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \ldots + 2012 \cdot 2012! + 2013 \cdot 2013! = 2014! - 1$.

Ответ: $2014! - 1$