Доказательство равенства методом математической индукции

Задание. *Доказать утверждение методом математической индукции:*

$$\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{9}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{16}\right)\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{n^2}\right)=\frac{n+1}{2n}$$ для n ≥ 2

Решение.

База индукции: при $n=2$ получаем $\left(1-\frac{1}{4}\right)=\frac{2+1}{2\cdot 2}\Rightarrow\frac{3}{4}=\frac{3}{4}$.

Пусть утверждение верно для $k=n$, покажем, что оно верна для $k=k+1$:

$$\left(1-\frac{1}{4}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{9}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{16}\right)\ldots\cdot\left(1-\frac{1}{k^2}\right)\left(1-\frac{1}{(k+1)^2}\right)=\frac{k+1}{2k}\left(1-\frac{1}{(k+1)^2}\right)=\frac{k+1}{2k}\left(\frac{(k+1)^2-1}{(k+1)^2}\right)=$$

$$=\frac{1}{2k}\left(\frac{k^2+2k+1-1}{k+1}\right)=\frac{1}{2k}\left(\frac{k^2+2k}{k+1}\right)=\frac{k+2}{2(k+1)}$$

Значит, утверждение доказано.