

## Микроэкономика, пример решения задачи Анализ производственной функции Кобба-Дугласа

ЗАДАНИЕ.

Для построенной в самостоятельной работе 4 производственной функции рассчитать предельные производительности, предельные нормы замещения ресурсов в 1993 и 1999 годах, сделать сравнительный экономический анализ. При расчетах предположить, что ресурсы в исследуемом году заданы, объем производства вычисляется.

РЕШЕНИЕ.

Производственная функция Кобба-Дугласа имеет вид:

$$F \approx 1.637 \cdot K^{0.529} \cdot L^{0.471}$$

Данные по годам:

Год	Объем производства $Y$ , млн ден. ед.	Основные фонды $K$ , млн ден. ед.	Трудовые ресурсы $L$ , тыс. человек
1993	431	650	91
1994	440	710	93
1995	462	773	94
1996	482	836	95
1997	503	888	95
1998	510	890	95
1999	531	913	96

Предельная производительность труда

$$ПП_L = \frac{\partial F}{\partial L}$$

показывает прирост продукта вследствие дополнительного роста трудовых ресурсов на одну единицу.

$$\text{ПП}_L = \frac{\partial F}{\partial L} = 1.637 \cdot K^{0.529} \cdot 0.471L^{0.471-1} = 0,771027 \left(\frac{K}{L}\right)^{0.529}$$

$$\text{ПП}_L(1993) = 0,771027 \left(\frac{650}{91}\right)^{0.529} \approx 2.182$$

$$\text{ПП}_L(1999) = 0,771027 \left(\frac{913}{96}\right)^{0.529} \approx 2.538$$

В 1999 году по сравнению с 1993 годом предельная производительность труда выросла, то есть при одинаковом приросте трудовых ресурсов прирост продукта увеличился.

Предельная производительность капиталовложений (фондоотдача)

$$\text{ПП}_K = \frac{\partial F}{\partial K}$$

означает прирост произведённого продукта вследствие дополнительного роста капиталовложений на одну единицу.

$$\text{ПП}_K = \frac{\partial F}{\partial K} = 1.637 \cdot 0.529 \cdot K^{0.529-1} L^{0.471} = 0,865973 \left(\frac{L}{K}\right)^{0.471}$$

$$\text{ПП}_K(1993) = 0,865973 \left(\frac{91}{650}\right)^{0.471} \approx 0.343$$

$$\text{ПП}_K(1999) = 0,865973 \left(\frac{96}{913}\right)^{0.471} \approx 0.300$$

В 1999 году по сравнению с 1993 годом предельная производительность труда уменьшилась, то есть при одинаковом приросте капиталовложений ресурсов прирост продукта уменьшился.

Предельная норма замещения трудовых ресурсов на основные фонды

$$\text{ПНЗ}_L = -\frac{dK}{dL} = \frac{\frac{\partial F}{\partial L}}{\frac{\partial F}{\partial K}}$$

$$\text{ПНЗ}_L(1993) = \frac{\frac{\partial F}{\partial L}(1993)}{\frac{\partial F}{\partial K}(1993)} = \frac{2.182}{0.343} \approx 6.360$$

$$\text{ПНЗ}_L(1999) = \frac{\frac{\partial F}{\partial L}(1999)}{\frac{\partial F}{\partial K}(1999)} = \frac{2.538}{0.300} \approx 8.468$$

Предельная норма замещения основных фондов на трудовые ресурсы

$$\text{ПНЗ}_K = -\frac{dL}{dK} = \frac{\frac{\partial F}{\partial K}}{\frac{\partial F}{\partial L}}$$

$$\text{ПНЗ}_K(1993) = \frac{\frac{\partial F}{\partial K}(1993)}{\frac{\partial F}{\partial L}(1993)} = \frac{0.343}{2.182} \approx 0.157$$

$$\text{ПНЗ}_K(1999) = \frac{\frac{\partial F}{\partial K}(1999)}{\frac{\partial F}{\partial L}(1999)} = \frac{0.300}{2.538} \approx 0.118$$

В 1999 году по сравнению с 1993 годом предельная норма замещения трудовых ресурсов на основные фонды увеличилась, а предельная норма замещения основных фондов на трудовые ресурсы, соответственно, уменьшилась.