

Микроэкономика, пример решения задачи Анализ производственной функции Кобба-Дугласа

ЗАДАНИЕ.

Для построенной в самостоятельной работе 4 производственной функции рассчитать предельные производительности, предельные нормы замещения ресурсов в 1993 и 1999 годах, сделать сравнительный экономический анализ. При расчетах предположить, что ресурсы в исследуемом году заданы, объем производства вычисляется.

РЕШЕНИЕ.

Производственная функция Кобба-Дугласа имеет вид:

$$F \approx 1.637 \cdot K^{0.529} \cdot L^{0.471}$$

Данные по годам:

| Год | Объем производства Y , млн ден. ед. | Основные фонды K , млн ден. ед. | Трудовые ресурсы L , тыс. человек |
|------|---------------------------------------|-----------------------------------|-------------------------------------|
| 1993 | 431 | 650 | 91 |
| 1994 | 440 | 710 | 93 |
| 1995 | 462 | 773 | 94 |
| 1996 | 482 | 836 | 95 |
| 1997 | 503 | 888 | 95 |
| 1998 | 510 | 890 | 95 |
| 1999 | 531 | 913 | 96 |

Предельная производительность труда

$$ПП_L = \frac{\partial F}{\partial L}$$

показывает прирост продукта вследствие дополнительного роста трудовых ресурсов на одну единицу.

$$\text{ПП}_L = \frac{\partial F}{\partial L} = 1.637 \cdot K^{0.529} \cdot 0.471L^{0.471-1} = 0,771027 \left(\frac{K}{L}\right)^{0.529}$$

$$\text{ПП}_L(1993) = 0,771027 \left(\frac{650}{91}\right)^{0.529} \approx 2.182$$

$$\text{ПП}_L(1999) = 0,771027 \left(\frac{913}{96}\right)^{0.529} \approx 2.538$$

В 1999 году по сравнению с 1993 годом предельная производительность труда выросла, то есть при одинаковом приросте трудовых ресурсов прирост продукта увеличился.

Предельная производительность капиталовложений (фондоотдача)

$$\text{ПП}_K = \frac{\partial F}{\partial K}$$

означает прирост произведённого продукта вследствие дополнительного роста капиталовложений на одну единицу.

$$\text{ПП}_K = \frac{\partial F}{\partial K} = 1.637 \cdot 0.529 \cdot K^{0.529-1} L^{0.471} = 0,865973 \left(\frac{L}{K}\right)^{0.471}$$

$$\text{ПП}_K(1993) = 0,865973 \left(\frac{91}{650}\right)^{0.471} \approx 0.343$$

$$\text{ПП}_K(1999) = 0,865973 \left(\frac{96}{913}\right)^{0.471} \approx 0.300$$

В 1999 году по сравнению с 1993 годом предельная производительность труда уменьшилась, то есть при одинаковом приросте капиталовложений ресурсов прирост продукта уменьшился.

Предельная норма замещения трудовых ресурсов на основные фонды

$$\text{ПНЗ}_L = -\frac{dK}{dL} = \frac{\frac{\partial F}{\partial L}}{\frac{\partial F}{\partial K}}$$

$$\text{ПНЗ}_L(1993) = \frac{\frac{\partial F}{\partial L}(1993)}{\frac{\partial F}{\partial K}(1993)} = \frac{2.182}{0.343} \approx 6.360$$

$$\text{ПНЗ}_L(1999) = \frac{\frac{\partial F}{\partial L}(1999)}{\frac{\partial F}{\partial K}(1999)} = \frac{2.538}{0.300} \approx 8.468$$

Предельная норма замещения основных фондов на трудовые ресурсы

$$\text{ПНЗ}_K = -\frac{dL}{dK} = \frac{\frac{\partial F}{\partial K}}{\frac{\partial F}{\partial L}}$$

$$\text{ПНЗ}_K(1993) = \frac{\frac{\partial F}{\partial K}(1993)}{\frac{\partial F}{\partial L}(1993)} = \frac{0.343}{2.182} \approx 0.157$$

$$\text{ПНЗ}_K(1999) = \frac{\frac{\partial F}{\partial K}(1999)}{\frac{\partial F}{\partial L}(1999)} = \frac{0.300}{2.538} \approx 0.118$$

В 1999 году по сравнению с 1993 годом предельная норма замещения трудовых ресурсов на основные фонды увеличилась, а предельная норма замещения основных фондов на трудовые ресурсы, соответственно, уменьшилась.