Решение задач по микроэкономике скачано с
https://www.matburo.ru/ex_econ_all.php?p1=micropf
(еще больше примеров по ссылке)
©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, программированию

Микроэкономика, пример решения задачи
Производственная функция. Поведение фирмы на рынке

Задание.

Производственная функция фирмы, выпускающая линолеум, имеет вид

$$Y = 177K^{0.356}L^{0.644}$$

*Здесь [Y] – сотни м*м, [K*] – тыс. ден. ед., [L] – сотня рабочих (сот. р.).*

Стоимость ресурсов $W = 5{,}13$ *тыс. ден. ед./сот. раб.*

q *= 10 тыс. ден. ед./тыс. ден. ед.*

Издержки производства ограничены суммой C = 1770 тыс. ден. ед.

1. *Найти максимальный выпуск продукции, оптимальное количество рабочих и стоимость капитальных фондов.*
2. *Построить график изокванты и изокосты. Отметить оптимальную точку.*
3. *Оценить, как изменится выпуск продукции, если:*

а) увеличить заработную плату на 8%;

б) уменьшить цену на фонды в два раза;

в) ввести дополнительные инвестиции в производство в количестве 57,7 тыс. ден. ед.

Решение.

1. Производственная функция имеет вид: $Y = 177K^{0.356}L^{0.644}$ (объем произведенного линолеума в кв.м). Стоимость ресурсов $W = 5.130$ тыс. ден. ед. / сот. рабочих, $q = 10$ тыс. ден. ед./ тыс. ден. ед. Издержки производства ограничены суммой $C = 1770$ тыс. ден. ед.

Найдем максимальный выпуск продукции, оптимальное количество рабочих и стоимость капитальных фондов. Нужно максимизировать выпуск

Решение задач по микроэкономике скачано с
https://www.matburo.ru/ex_econ_all.php?p1=micropf
(еще больше примеров по ссылке)
©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, программированию

$$Y = 177K^{0.356}L^{0.644} \to max$$

при ограничениях на издержки

$WL + qK = C$, то есть $5.130L + 10K = 1770$

Составим функцию Лагранжа:

$$Lag\ (L, K, \lambda) = 177K^{0.356}L^{0.644} - \lambda(5.130L + 10K - 1770)$$

Находим частные производные и приравниваем к нулю. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial Lag}{\partial K} = 0 \\ \dfrac{\partial Lag}{\partial L} = 0 \\ 5.130L + 10K = 1770 \end{cases}$$

$$\frac{\partial Lag}{\partial K} = 177 \cdot 0.356 \cdot K^{0.356-1}L^{0.644} - 10\lambda = 63.012\left(\frac{L}{K}\right)^{0.644} - 10\lambda$$

$$\frac{\partial Lag}{\partial L} = 177 \cdot 0.644 \cdot K^{0.356}L^{0.644-1} - 5.130\lambda = 113.988\left(\frac{K}{L}\right)^{0.356} - 5.130\lambda$$

$$\begin{cases} 63.012\left(\dfrac{L}{K}\right)^{0.644} - 10\lambda = 0 \\ 113.988\left(\dfrac{K}{L}\right)^{0.356} - 5.130\lambda = 0 \\ 5.130L + 10K = 1770 \end{cases}$$

Поиск максимума свелся к решению системы уравнений относительно неизвестных K, L, λ. Решение системы может быть найдено по формулам:

$$K^* = \frac{\alpha C}{q} = \frac{0.356 \cdot 1770}{10} = 63.012$$

$$L^* = \frac{(1-\alpha)C}{W} = \frac{0.644 \cdot 1770}{5.130} = 222.199$$

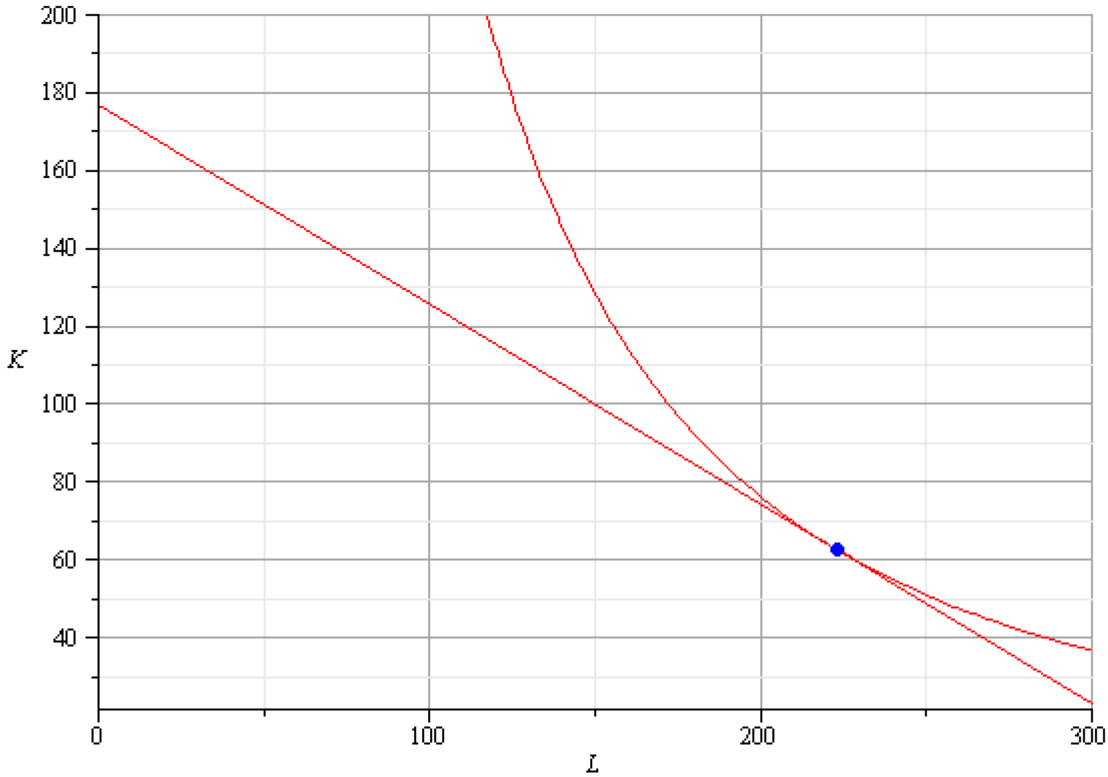
Оптимальное количество рабочих $L^* = 222.199$, оптимальная стоимость капитальных фондов: $K^* = 63.012$

Максимальный выпуск тогда равен:

$$Y^* = 177(K^*)^{0.356}(L^*)^{0.644} = 177 \cdot 63.012^{0.356} 222.199^{0.644} \approx 25111.326$$

Решение задач по микроэкономике скачано с
https://www.matburo.ru/ex_econ_all.php?p1=micropf
(еще больше примеров по ссылке)
©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, программированию

2. Построим изокванту $177 \cdot K^{0.356}L^{0.644} = 25111.326$, изокосту $5.130L + 10K = 1770$ и отметим оптимальную точку (точку касания этих кривых):



3. Оценим, как изменится выпуск продукции, если:

а) увеличить заработную плату на 8%, то есть

$$\Delta w = 0.08 \cdot w = 0.08 \cdot 5.130 = 0.4104$$

Тогда производство изменится (уменьшится) на величину:

$$\Delta Y_w \approx \frac{\partial Y^*}{\partial w}\Delta w = -AC\left(\frac{\alpha}{q}\right)^{\alpha}\left(\frac{1-\alpha}{w}\right)^{2-\alpha}\Delta w =$$

$$= -177 \cdot 1770 \cdot \left(\frac{0.356}{10}\right)^{0.356} \cdot \left(\frac{0.644}{5.130}\right)^{1.644} \cdot 0.4104 = -1293.736$$

б) уменьшить цену на фонды в два раза, то есть

$$\Delta q = -\frac{q}{2} = -5$$

Тогда производство изменится (вырастет) на величину:

$$\Delta Y_q \approx \frac{\partial Y^*}{\partial q}\Delta q = -AC\left(\frac{\alpha}{q}\right)^{\alpha+1}\left(\frac{1-\alpha}{w}\right)^{1-\alpha}\Delta q =$$

$$= -177\cdot 1770\cdot\left(\frac{0.356}{10}\right)^{1.356}\cdot\left(\frac{0.644}{5.130}\right)^{0.644}\cdot(-5) = 4469.816$$

в) ввести дополнительные инвестиции в производство в количестве $(50+N)$ тыс. ден. ед., то есть

$$\Delta C = 57.7$$

Тогда производство изменится (вырастет) на величину:

$$\Delta Y_C \approx \frac{\partial Y^*}{\partial C}\Delta C = A\left(\frac{\alpha}{q}\right)^{\alpha}\left(\frac{1-\alpha}{w}\right)^{1-\alpha}\Delta C =$$

$$= 177\cdot\left(\frac{0.356}{10}\right)^{0.356}\cdot\left(\frac{0.644}{5.130}\right)^{0.644}\cdot 57.7 = 818.601$$