

Тема: Сетевое планирование

ЗАДАНИЕ. Для заданной сетевой модели рис.1 некоторого комплекса работ определить время и критический путь.

Коды работ	Длительность работ (дни)
1-2	7
2-3	1
3-8	4
1-4	8
4-6	8
4-7	9
6-7	5
7-8	3
1-5	4
5-8	12
2-4	0
5-6	0

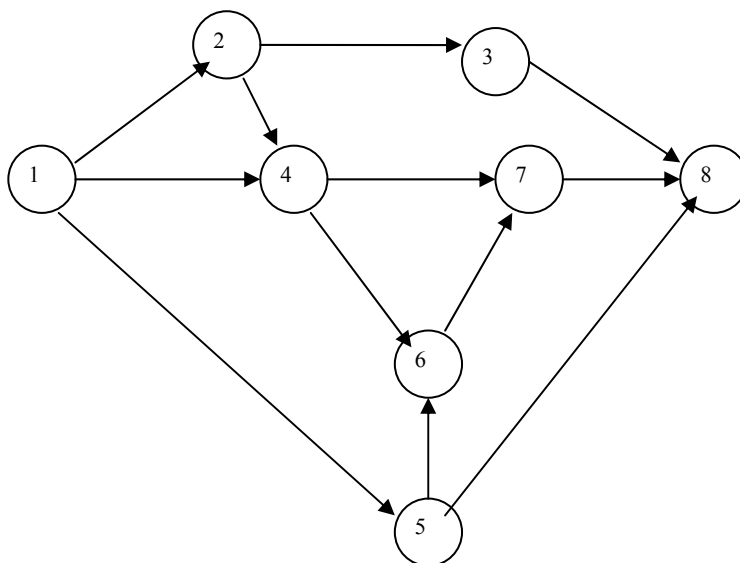


Рис.1

РЕШЕНИЕ. Рассмотрим прямой ход. Пусть T_j означает минимальное время окончания всех работ, конец которых изображается вершиной с номером j . Очевидно, $T_1 = 0$, далее последовательно находим

$$T_j = \max (T_i + t_{ij}), j = \overline{2, N},$$

где i – номер вершин сетевого графика, из которых выходят векторы, входящие в вершину с номером j ; t_{ij} – длительность работ с началом в вершине i и концом в вершине j , N – количество вершин сетевого графика. При $j=N$ получаем минимальное время графика $T_{кр}=T_N$. T_j являются ранними сроками начала (окончания) работ, конец (начало) которых изображается вершиной j . Итак,

$$T_1^p = 0,$$

$$T_2^p = \max(T_1^p + t_{12}) = 7,$$

$$T_3^p = \max(T_2^p + t_{23}) = 8,$$

$$T_4^p = \max(T_1^p + t_{14}, T_2^p + t_{24}) = \max(8, 7) = 8,$$

$$T_5^p = \max(T_1^p + t_{15}) = 4,$$

$$T_6^p = \max(T_5^p + t_{56}, T_4^p + t_{46}) = \max(4, 16) = 16,$$

$$T_7^p = \max(T_4^p + t_{47}, T_6^p + t_{67}) = \max(17, 21) = 21,$$

$$T_8^p = \max(T_3^p + t_{38}, T_7^p + t_{78}, T_5^p + t_{58}) = \max(12, 24, 16) = 24.$$

Тогда $T_{кр} = 24$ - минимальное время графика.

Рассмотрим обратный ход. Пусть T_i^n означает наибольшее время окончания всех работ, входящих в вершину i , $T_{кр}=T_N^n$.

$$T_i = \min (T_j^n - t_{ij}), i = \overline{N, 2},$$

где j – номер вершины, к которой направлены векторы, выходящие из вершины с номером i .

$$T_8^n = 24,$$

$$T_7^n = \min(T_8^n - t_{78}) = 21,$$

$$T_6^n = \min(T_7^n - t_{67}) = 16,$$

$$T_5^n = \min(T_8^n - t_{58}, T_6^n - t_{56}) = \min(12, 16) = 12,$$

$$T_4^n = \min(T_7^n - t_{47}, T_6^n - t_{46}) = \min(12, 8) = 8,$$

$$T_3^n = \min(T_8^n - t_{38}) = 20,$$

$$T_2^n = \min(T_3^n - t_{23}, T_4^n - t_{24}) = \min(19, 8) = 8,$$

$$T_1^n = \min(T_2^n - t_{12}, T_4^n - t_{14}, T_5^n - t_{15}) = \min(1, 0, 8) = 0.$$

T_i^n - поздние сроки начала (окончания) работ, начало которых изображается вершиной i .

Для определения критического пути составим таблицу.

Работа (i,j)	Продолжит. t_{ij}	Ранние сроки		Поздние сроки		Полный Резерв R_{ij}	Свободн. Резерв r_{ij}
		T_i^p	T_j^p	T_i^n	T_j^n		
1,2	7	0	7	0	8	1	0
2,3	1	7	8	8	20	12	0
3,8	4	8	24	20	24	12	12
1,4	8	0	8	0	8	0	0
4,6	8	8	16	8	16	0	0
4,7	9	8	21	8	21	4	4
6,7	5	16	21	16	21	0	0
7,8	3	21	24	21	24	0	0
1,5	4	0	4	0	12	8	0
5,8	12	4	24	12	24	8	8
2,4	0	7	8	8	8	1	1
5,6	0	4	16	12	16	12	12

Здесь $R_{ij} = T_j^n - T_i^p - t_{ij}$, $r_{ij} = T_j^p - T_i^p - t_{ij}$, - полный и свободный резерв. Критический путь сетевого графика составляют работы, для которых $R_{ij}=r_{ij}$ Получаем путь (1,4)-(4,6)-(6,7)-(7,8), время – 24 дня.