Задача скачана с сайта www.MatBuro.ru
Примеры решений по теории вероятностей
©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике

# Характеристики случайной функции

## Пример решения задачи

**Задача.** Случайная функция $X(t)$ задана каноническим разложением $X(t)=t^2+t+Z\cos 3t+Ve^{2t}$, где $D_Z=1$, $D_V=3$. Найти математическое ожидание, корреляционную функцию и дисперсию случайной функции $Y(t)=\frac{dX(t)}{dt}+2-t$.

**Решение.** Сначала найдем характеристики случайной функции $X(t)$:

1) математическое ожидание.

$$m_x(t)=M\left[X(t)\right]=M\left[t^2+t+Z\cos 3t+Ve^{2t}\right]=t^2+t+M[Z]\cos 3t+M[V]e^{2t}=t^2+t$$

2) корреляционную функцию.

$$K_x(t_1,t_2)=K\left[t^2+t+Z\cos 3t+Ve^{2t}\right]=D(Z)\cos 3t_1\cos 3t_2+D(V)e^{2t_1}e^{2t_2}=\cos 3t_1\cos 3t_2+3e^{2(t_1+t_2)}.$$

3) дисперсию.

$$D_x(t)=K_x(t,t)=\cos^2 t+3e^{4t}.$$

Теперь найдем математическое ожидание, корреляционную функцию и дисперсию случайной функции $Y(t)=\frac{dX(t)}{dt}+2-t$.

1) математическое ожидание.

$$m_y(t)=\frac{d}{dt}m_x(t)+2-t=\frac{d}{dt}\left(t^2+t\right)+2-t=2t+1+2-t=t+3$$

2) корреляционную функцию.

$$K_y(t_1,t_2)=\frac{\partial^2}{\partial t_1\partial t_2}K_x(t_1,t_2)=\frac{\partial^2}{\partial t_1\partial t_2}\left(\cos 3t_1\cos 3t_2+3e^{2(t_1+t_2)}\right)=$$

$$=\frac{\partial}{\partial t_1}\left(-3\cos 3t_1\sin 3t_2+6e^{2(t_1+t_2)}\right)=9\sin 3t_1\sin 3t_2+12e^{2(t_1+t_2)}.$$

3) дисперсию.

$$D_y(t)=K_y(t,t)=9\sin^2 3t+12e^{4t}.$$