Тема: Числовые и функциональные ряды

ЗАДАНИЕ. *Используя ряд Маклорена для функции, выразить величину* $A=\sqrt[3]{36}$ *в виде сходящегося ряда. Найти приближенное значение этой величины, ограничиваясь двумя первыми членами ряда. Оценить погрешность.*

РЕШЕНИЕ:

Представим $A=\sqrt[3]{36}$ в следующем виде:

$$A=\sqrt[3]{36}=\sqrt[3]{27+9}=\sqrt[3]{27\left(1+1/3\right)}=3\sqrt[3]{1+1/3}.$$

Используем разложение в ряд Маклорена:

$$f\left(x\right)=a\sqrt[3]{1+x}=a\left(1+\frac{1}{3}x-\frac{1}{9}x^2+\frac{5}{81}x^3-\ldots\right)$$

Получаем:

$$A=3\sqrt[3]{1+1/3}=3\left(1+\frac{1}{3}\left(\frac{1}{3}\right)-\frac{1}{9}\left(\frac{1}{3}\right)^2+\frac{5}{81}\left(\frac{1}{3}\right)^3-\ldots\right)=3\left(1+\frac{1}{9}-\frac{1}{81}+\frac{5}{2187}-\ldots\right)=$$

$$=3+\frac{1}{3}-\frac{1}{27}+\frac{5}{729}-\ldots\approx 3+\frac{1}{3}\approx 3,33.$$

Так как ряд знакочередующийся, погрешность не превосходит (по модулю) первого отброшенного члена: $\left|\varepsilon\right|\le\frac{1}{27}\approx 0,037$.