Пример решения задачи о множествах

Пусть $P(A)$ – множество всех подмножеств множества A. В каждом из следующих упорядоченных множеств укажите все минимальные и все максимальные элементы; найдите наибольший и наименьший элементы, если они есть, или докажите их отсутствие:

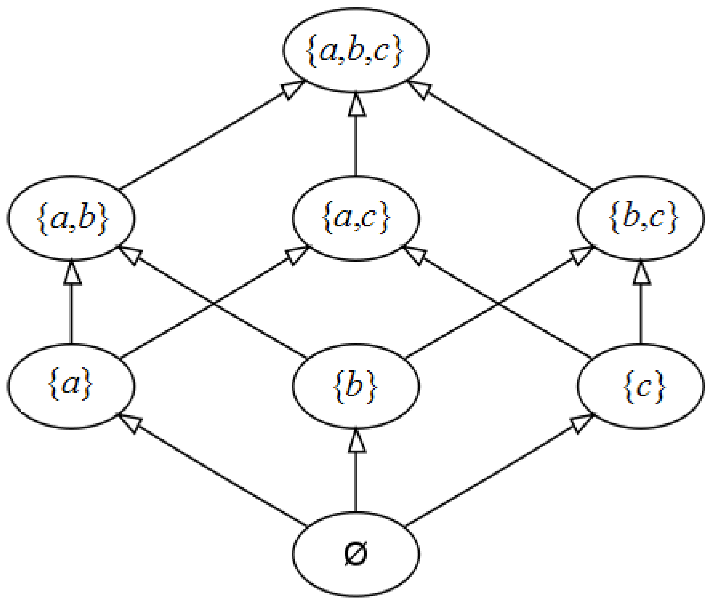
$(P(\{a,b,c\}),\subseteq)$.

Решение:

Имеем следующие 8 подмножеств множества из трех элементов $\{a,b,c\}$:

$\emptyset$(пустое множество), $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$, $\{a,b\}$, $\{a,c\}$, $\{b,c\}$, $\{a,b,c\}=A$.

По отношению операции включения подмножества упорядочены следующим образом:



$P(A)$ –частично упорядоченное множество.

Элемент x называется *минимальным*, если не существует элемента $y < x$.

Элемент x называется *наименьшим*, если для любого элемента имеет место неравенство $y \geq x$.

В нашем случае наименьший и минимальный элементы совпадают и равны пустому множеству $\emptyset$.

Элемент x называется *максимальным*, если не существует элемента $y > x$.

Элемент x называется *наибольшим*, если для любого элемента y имеет место неравенство $y \leq x$.

В нашем случае наибольший и максимальный элементы совпадают и равны множеству $A=\{a,b,c\}$.