

Пример решения задачи о множествах

В химическом продукте могут оказаться примеси четырёх видов – a, b, c, d . Приняв в качестве исходного множества $M = \{a, b, c, d\}$, образуйте множество всех его подмножеств $B(M)$. Дайте содержательную интерпретацию этого множества и его элементов. Каким ситуациям соответствуют, в частности, несобственные подмножества?

Решение:

Т.к. множество $M = \{a, b, c, d\}$ содержит 4 элемента, множество всех его подмножеств $B(M)$ содержит $2^4 = 16$ подмножеств.

Будем записывать номер подмножества четырёхразрядным двоичным числом от 0 до 15, включая в подмножество только те элементы, которым соответствует единица в двоичном разряде:

Номер подмножества	Двоичная запись номера	Подмножества множества $X = \{1, 3, 6, 7\}$
0	0000	$\{\} = \emptyset$
1	0001	$\{ d \}$
2	0010	$\{ c \}$
3	0011	$\{ c, d \}$
4	0100	$\{ b \}$
5	0101	$\{ b, d \}$
6	0110	$\{ b, c \}$
7	0111	$\{ b, c, d \}$
8	1000	$\{ a \}$
9	1001	$\{ a, d \}$
10	1010	$\{ a, c \}$
11	1011	$\{ a, c, d \}$
12	1100	$\{ a, b \}$
13	1101	$\{ a, b, d \}$
14	1110	$\{ a, b, c \}$
15	1111	$\{ a, b, c, d \}$

$$V(M) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{a,d\}, \{b,c\}, \{b,d\}, \{c,d\}, \\ \{a,b,c\}, \\ \{a,b,d\}, \{a,c,d\}, \{b,c,d\}, \{a,b,c,d\}\}$$

Множество $V(M)$ соответствует всем возможным вариантам содержания примесей в химическом продукте.

Одноэлементным множествам $\{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}$ соответствует содержание в химическом продукте только одного из видов примесей.

Двухэлементным множествам $\{a,b\}, \{a,c\}, \{a,d\}, \{b,c\}, \{b,d\}, \{c,d\}$ соответствует содержание в химическом продукте ровно двух видов соответствующих примесей.

Трёхэлементным множествам $\{a,b,c\}, \{a,b,d\}, \{a,c,d\}, \{b,c,d\}$ соответствует содержание в химическом продукте ровно трёх видов соответствующих примесей.

Множества M и \emptyset называются несобственными подмножествами множества M .

Множеству M соответствует содержание в химическом продукте всех четырёх видов примесей.

Множеству \emptyset соответствует отсутствие любых примесей в химическом продукте.