

Решение задачи по сетевому планированию выполнено на сайте www.matburo.ru
 Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу
https://www.matburo.ru/ex_emm.php?p1=emmse
 ©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

Пример решения задачи Оптимизация сетевой модели

По данным варианта требуется:

- 1) построить сетевую модель;
- 2) определить критические пути модели;
- 3) провести максимально возможное уменьшение сроков выполнения проекта при минимально возможных дополнительных затратах;

Назв. работы	Норм. длительность	Норм. стоимость	Сокр. длительность	Повыш. стоимость
A	7	9	2	14
B	6	16	1	18
C	8	4	3	8
D	9	11	4	12
E	10	14	4	18
F	11	9	6	11
G	5	13	1	19
H	9	8	2	9
I	12	15	5	17
J	6	12	2	15
N = 13 человек		Co = 149,00 руб.		Ск = 1,30 руб./день

Упорядочение работ

- 1) G – исходная работа проекта;
- 2) Работы A,I и D следует за G и могут выполняться одновременно;
- 3) Работы C и J следует за A, работа F – за I, а работа B – за D;
- 4) Работа E следует за C;
- 5) Работа H следует за B, но не может начаться, пока не завершена F.

Где Ск - косвенные затраты;
 Co – ограничение по средствам.

Решение

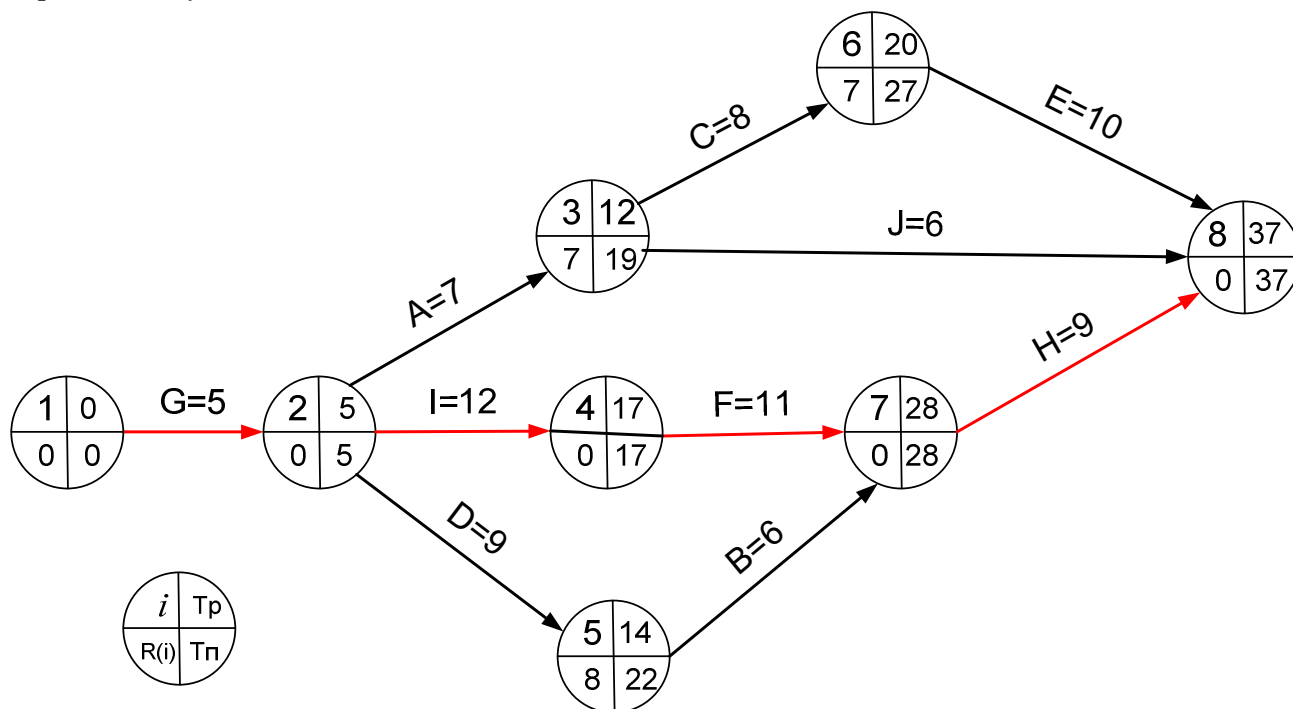
Решение задачи по сетевому планированию выполнено на сайте www.matburo.ru

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

https://www.matburo.ru/ex_emm.php?p1=emmse

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

1) Строим сетевую модель.



2) Критический путь G – I – F – Н или 1 – 2 – 4 – 7 – 8 выделен красными дугами.

Длительность критического пути равна $5 + 12 + 11 + 9 = 37$.

Прямые затраты при нормальной продолжительности работ составляют 111 руб., косвенные затраты – $1,30 \text{ руб./день} \cdot 37 \text{ дней} = 48,10 \text{ руб.}$, общие затраты – 159,1 руб.

3) Предположим, что все операции имеют нормальную продолжительность.

В сети имеется 4 пути из 1-го события в последнее.

Расположим их в порядке убывания длительностей:

1) $L_1 = \{G, I, F, H\} = \{1, 2, 4, 7, 8\}$, 37 дней – критический;

2) $L_2 = \{G, A, C, E\} = \{1, 2, 3, 6, 8\}$, 30 дней – подкритический;

3) $L_3 = \{G, D, B, H\} = \{1, 2, 5, 7, 8\}$, 29 дней;

4) $L_4 = \{G, A, J\} = \{1, 2, 3, 8\}$, 18 дней.

Рассчитаем удельные затраты на сокращение продолжительности работ. Коэффициенты нарастания затрат, которые показывают затраты денежных средств, необходимые для сокращения длительности работы (i, j) на один день, вычислим по формуле

$$k(i, j) = \frac{C_c(i, j) - C_n(i, j)}{D_n(i, j) - D_c(i, j)}$$

Работа (i, j)	Нормальная длительность		Сокращённая длительность		Нарастани е затрат	Запас сокращен ия времени
	продолжи- тельность, T_n	стоимость, C_n	продолжи- тельность, T_c	стоимость, C_c		
(2,3) – А	7	9	2	14	1	5
(5,7) – В	6	16	1	18	0,4	5

Решение задачи по сетевому планированию выполнено на сайте www.matburo.ru

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

https://www.matburo.ru/ex_emm.php?pl=emmse

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

(3,6) – С	8	4	3	8	0,8	5
(2,5) – D	9	11	4	12	0,2	5
(6,8) – E	10	14	4	18	$2/3 \approx 0,67$	6
(4,7) – F	11	9	6	11	0,4	5
(1,2) – G	5	13	1	19	1,5	4
(7,8) – H	9	8	2	9	$1/7 \approx 0,14$	7
(2,4) – I	12	15	5	17	$2/7 \approx 0,29$	7
(3,8) – J	6	12	2	15	0,75	4
		$\Sigma = 111$				

Критические работы в таблице выделены.

1 шаг. Для сокращения выбираем критическую работу (7,8) – Н с минимальным коэффициентом $k(7,8) = 1/7 \approx 0,14$ руб./день.

Текущий запас сокращения времени работы (7,8) на данном шаге равен 7 дней.

Разность между продолжительностью критического и подкритического путей $37-30=7$ дней. Поэтому сокращаем работу (7,8) на $\Delta t^1 = \min[7,7] = 7$ дней. Новая текущая длительность работы (7,8) теперь 2 дня, а запас ее дальнейшего сокращения исчерпан.

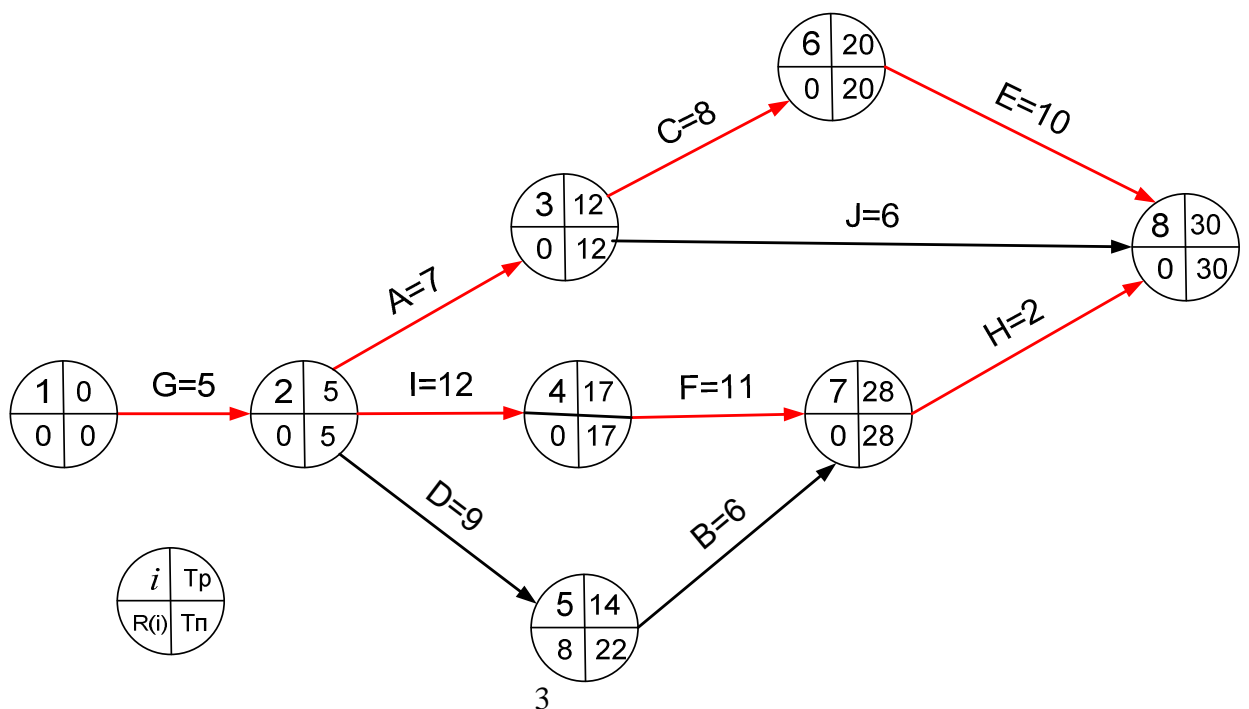
После ускорения работы (7,8) возникли следующие изменения.

Затраты на работу Н возросли на $1/7$ руб./день $\cdot 7$ дней = 1 руб., следовательно, прямые затраты теперь составляют $111+1=112$ руб., косвенные затраты – $1,30$ руб./день $\cdot (37-7)$ дней = 39 руб., общие затраты – 151 руб. Длительность проекта теперь $37-7 = 30$ дней.

Образовалось 2 критических пути с длительностью 30 дней.

- 1) $L_1 = \{G, I, F, H\} = \{1, 2, 4, 7, 8\}$, 30 дней – критический;
- 2) $L_2 = \{G, A, C, E\} = \{1, 2, 3, 6, 8\}$, 30 дней – критический;
- 3) $L_3 = \{G, D, B, H\} = \{1, 2, 5, 7, 8\}$, 22 дня – подкритический;
- 4) $L_4 = \{G, A, J\} = \{1, 2, 3, 8\}$, 18 дней.

Измененный сетевой график:



Решение задачи по сетевому планированию выполнено на сайте www.matburo.ru

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

https://www.matburo.ru/ex_emm.php?p1=emmse

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

Изменённая таблица:

Работа (i,j)	Нормальная длительность		Сокращённая длительность		Нарастани е затрат	Запас сокращен ия времени
	продолжи- тельность, T_n	стоимость, C_n	продолжи- тельность, T_c	стоимость, C_c		
(2,3) – А	7	9	2	14	1	5
(5,7) – В	6	16	1	18	0,4	5
(3,6) – С	8	4	3	8	0,8	5
(2,5) – D	9	11	4	12	0,2	5
(6,8) – E	10	14	4	18	$2/3 \approx 0,67$	6
(4,7) – F	11	9	6	11	0,4	5
(1,2) – G	5	13	1	19	1,5	4
(7,8) – H	9	8	2	9	$(1/7 \approx 0,14)$	0
(2,4) – I	12	15	5	17	$2/7 \approx 0,29$	7
(3,8) – J	6	12	2	15	0,75	4
		$\Sigma = 111$		$\Sigma = 141$		

2 шаг.

Одновременное сокращение двух критических путей можно провести либо ускорив работу G(1,2), принадлежащую обоим путям, либо одновременно ускорив различные работы из каждого пути.

Ускорение работы G(1,2) обходится в 1,5 руб./день.

Наиболее дешевым вариантом является одновременное ускорение работ E(6,8) с нарастанием затрат $2/3 \approx 0,67$ руб./день и запасом сокращения времени в 6 дней и I(2,4) с нарастанием затрат $2/7 \approx 0,29$ руб./день и запасом сокращения времени в 7 дней.

Ускорение обеих этих работ на 1 день будет стоить $2/3 + 2/7 = 20/21 \approx 0,95$ руб./день.

Разность между продолжительностью критических и подкритического путей $30 - 22 = 8$ дней, но сократить работы можно только на $\Delta t^2 = \min[6, 7, 8] = 6$ дней.

Новая текущая длительность работы E(6,8) теперь $10 - 6 = 4$ дня, и запас ее дальнейшего сокращения исчерпан.

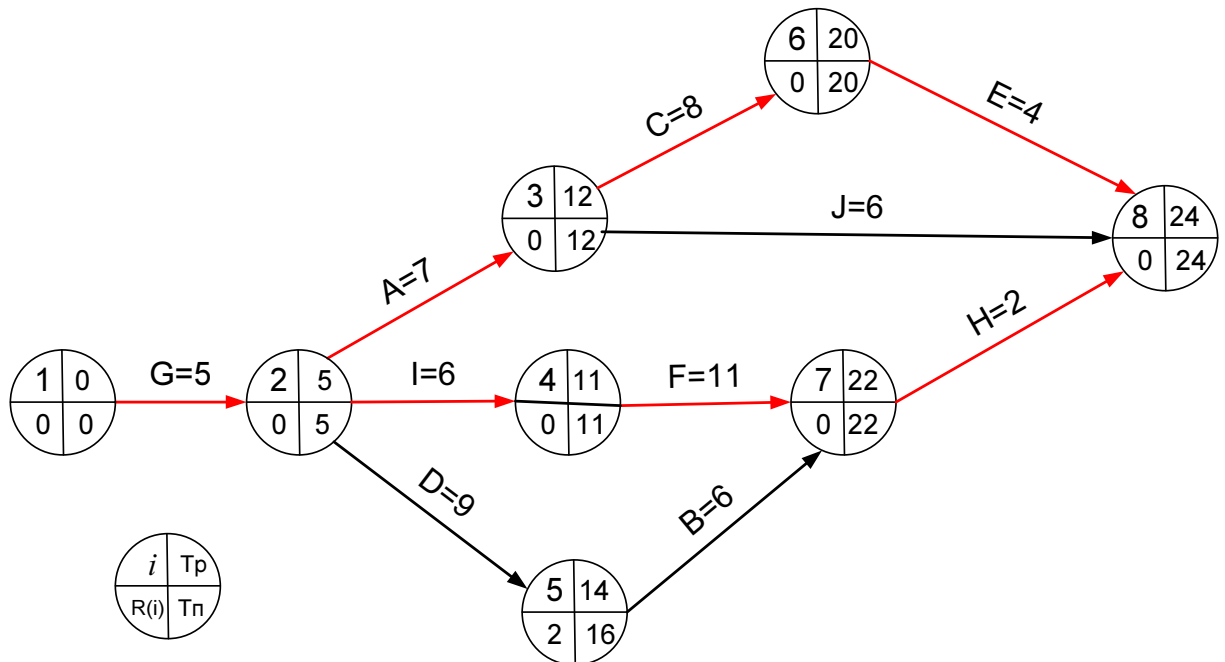
Новая текущая длительность работы I(2,4) теперь $12 - 6 = 6$ дней, и она имеет ещё запас для дальнейшего возможного сокращения в 1 день.

После 2-го шага ускорения возникли следующие изменения.

Затраты возросли на $20/21$ руб./день $\cdot 6$ дней = $40/7 \approx 5,71$ руб., следовательно, прямые затраты теперь составляют $112 + 5,71 = 117,71$ руб., косвенные затраты – $1,30$ руб./день $\cdot (30 - 6)$ дней = $31,2$ руб., общие затраты – $148,9$ руб. Длительность проекта теперь $30 - 6 = 24$ дня.

Решение задачи по сетевому планированию выполнено на сайте www.matburo.ru
 Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу
https://www.matburo.ru/ex_emm.php?p1=emmse
 ©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

Измененный сетевой график:
 Изменённая таблица:



Работа (i,j)	Нормальная длительность		Сокращённая длительность		Нарастани е затрат	Запас сокращен ия времени
	продолжи- тельность, T_n	стоимость, C_n	продолжи- тельность, T_c	стоимость, C_c		
(2,3) – А	7	9	2	14	1	5
(5,7) – В	6	16	1	18	0,4	5
(3,6) – С	8	4	3	8	0,8	5
(2,5) – D	9	11	4	12	0,2	5
(6,8) – E	10	14	4	18	$(2/3 \approx 0,67)$	0
(4,7) – F	11	9	6	11	0,4	5
(1,2) – G	5	13	1	19	1,5	4
(7,8) – H	9	8	2	9	$(1/7 \approx 0,14)$	0
(2,4) – I	12	15	5	17	$2/7 \approx 0,29$	1
(3,8) – J	6	12	2	15	0,75	4

По прежнему осталось 2 критических пути с длительностью 24 дня.

- 1) $L_1 = \{G, I, F, H\} = \{1, 2, 4, 7, 8\}$, 24 дня – критический;
- 2) $L_2 = \{G, A, C, E\} = \{1, 2, 3, 6, 8\}$, 24 дня – критический;
- 3) $L_3 = \{G, D, B, H\} = \{1, 2, 5, 7, 8\}$, 22 дня – подкритический;
- 4) $L_4 = \{G, A, J\} = \{1, 2, 3, 8\}$, 18 дней.

Поскольку существует ограничение на затраты в размере 149 руб., а на данном этапе общие затраты уже составляют 148,9 руб., то дальнейшая оптимизация может проходить только за счёт уменьшения косвенных расходов, т.е. не более, чем 1,30 руб./день.

Решение задачи по сетевому планированию выполнено на сайте www.matburo.ru

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

https://www.matburo.ru/ex_emm.php?p1=emmse

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

3 шаг.

Одновременное сокращение двух критических путей можно провести либо ускорив работу G(1,2), принадлежащую обоим путям, либо одновременно ускорив различные работы из каждого пути.

Ускорение работы G(1,2) обходится в 1,5 руб./день, это больше, чем косвенные затраты на 1 день.

Произведём одновременное ускорение работ I(2,4) с нарастанием затрат $2/7 \approx 0,29$ руб./день и запасом сокращения времени в 1 день и C(3,6) с нарастанием затрат 0,8 руб./день и запасом сокращения времени в 5 дней.

Ускорение обеих этих работ на 1 день будет стоить $2/7 + 0,8 = 38/35 \approx 1,09$ руб./день.

Разность между продолжительностью критических и подкритического путей $24 - 22 = 2$ дня, но сократить работы можно только на $\Delta t^3 = \min[1, 5, 2] = 1$ день.

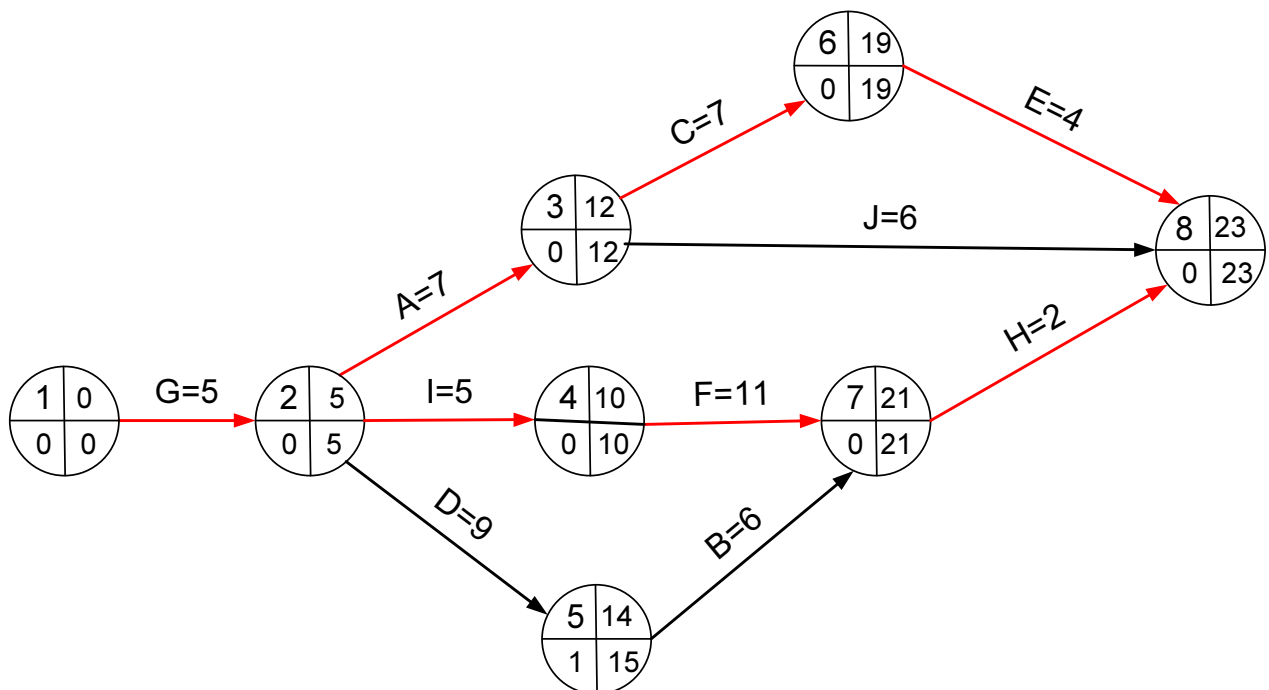
Новая текущая длительность работы I(2,4) теперь составит минимальное для этой работы значение 5 дней, и запас ее дальнейшего сокращения будет исчерпан.

Новая текущая длительность работы C(3,6) теперь $8 - 1 = 7$ дней, и она имеет ещё запас для дальнейшего возможного сокращения в 4 дня.

После 3-го шага ускорения возникли следующие изменения.

Прямые затраты возросли на $38/35 \approx 1,09$ руб. и составляют теперь $112 + 5,71 = 117,71 + 1,09 = 118,8$ руб., косвенные затраты $1,30 \cdot 23 = 29,9$ руб., общие затраты – 148,7 руб. Длительность проекта теперь $24 - 1 = 23$ дня.

Изменённый сетевой график:



Изменённая таблица:

Работа (i,j)	Нормальная длительность		Сокращённая длительность		Нарастани е затрат	Запас сокращен ия времени
	продолжи- тельность, T _н	стоимость, C _н	продолжи- тельность, T _с	стоимость, C _с		
G(1,2)	5	7,5	5	7,5	0	0
A(2,3)	7	10,5	5	10,5	0,29	1
I(2,4)	5	7,5	5	7,5	0,29	1
D(2,5)	9	13,5	9	13,5	0	0
B(5,7)	6	9	6	9	0	0
F(4,7)	11	16,5	11	16,5	0	0
C(3,6)	7	10,5	7	10,5	0,8	4
E(6,8)	4	6	4	6	0	0
H(7,8)	2	3	2	3	0	0
J(3,8)	6	9	6	9	0	0

Решение задачи по сетевому планированию выполнено на сайте www.matburo.ru

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

https://www.matburo.ru/ex_emm.php?pl=emmse

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

(2,3) – А	7	9	2	14	1	5
(5,7) – В	6	16	1	18	0,4	5
(3,6) – С	8	4	3	8	0,8	4
(2,5) – D	9	11	4	12	0,2	5
(6,8) – E	10	14	4	18	(2/3≈0,67)	0
(4,7) – F	11	9	6	11	0,4	5
(1,2) – G	5	13	1	19	1,5	4
(7,8) – H	9	8	2	9	(1/7≈0,14)	0
(2,4) – I	12	15	5	17	(2/7≈0,29)	0
(3,8) – J	6	12	2	15	0,75	4

По прежнему осталось 2 критических пути с длительностью 23 дня.

- 1) $L_1 = \{G, I, F, H\} = \{1, 2, 4, 7, 8\}$, 23 дня – критический;
- 2) $L_2 = \{G, A, C, E\} = \{1, 2, 3, 6, 8\}$, 23 дня – критический;
- 3) $L_3 = \{G, D, B, H\} = \{1, 2, 5, 7, 8\}$, 22 дня – подкритический;
- 4) $L_4 = \{G, A, J\} = \{1, 2, 3, 8\}$, 18 дней.

4 шаг.

Произведём одновременное ускорение работ F(4,7) с нарастанием затрат 0,4 руб./день и запасом сокращения времени в 5 дней и C(3,6) с нарастанием затрат 0,8 руб./день и запасом сокращения времени в 4 дня.

Ускорение обеих этих работ на 1 день будет стоить $0,4+0,8=1,2$ руб./день.

Разность между продолжительностью критических и подкритического путей $23-22=1$ день, поэтому $\Delta t^4 = 1$ день.

Новая текущая длительность работы F(4,7) теперь составит 10 дней и она имеет ещё запас для дальнейшего возможного сокращения в 4 дня.

Новая текущая длительность работы C(3,6) теперь $7-1=6$ дней, и она имеет ещё запас для дальнейшего возможного сокращения в 3 дня.

После 4-го шага ускорения возникли следующие изменения.

Прямые затраты возросли на 1,2 руб. и составляют теперь $118,8+1,2=120$ руб., косвенные затраты $1,30 \cdot 22 = 28,6$ руб., общие затраты – 148,6 руб. Длительность проекта теперь 22 дня.

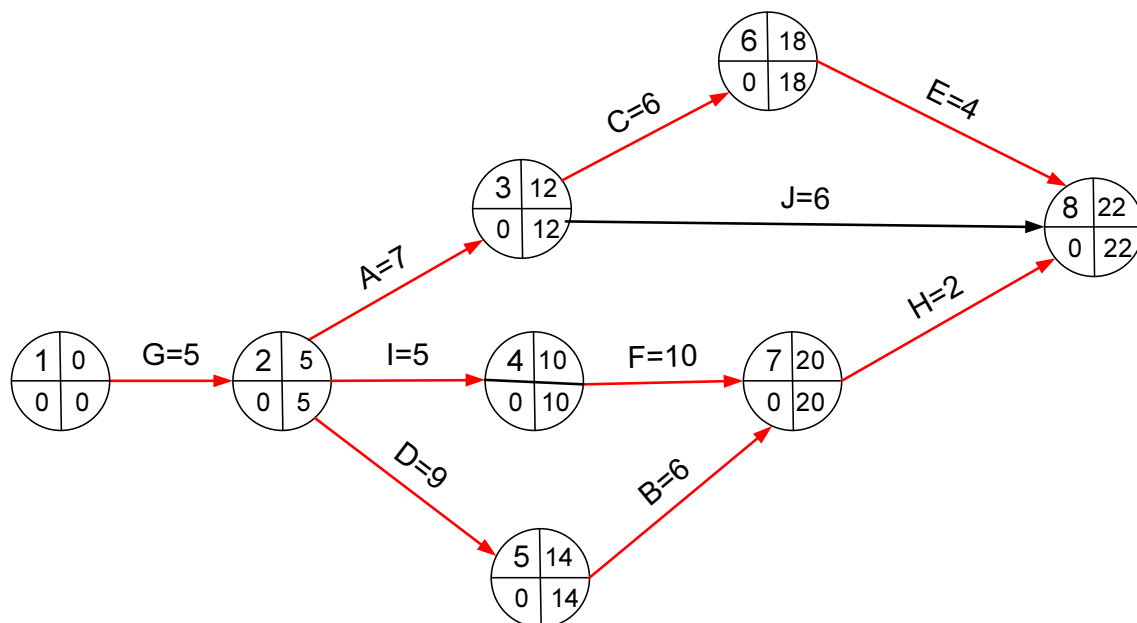
Измененный сетевой график:

Решение задачи по сетевому планированию выполнено на сайте www.matburo.ru

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

https://www.matburo.ru/ex_emm.php?pl=emmse

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию



Изменённая таблица:

Работа (i,j)	Нормальная длительность		Сокращённая длительность		Нарастание затрат	Запас сокращения времени
	продолжительность, T_n	стоимость, C_n	продолжительность, T_c	стоимость, C_c		
(2,3) – A	7	9	2	14	1	5
(5,7) – B	6	16	1	18	0,4	5
(3,6) – C	8	4	3	8	0,8	3
(2,5) – D	9	11	4	12	0,2	5
(6,8) – E	10	14	4	18	(2/3≈0,67)	0
(4,7) – F	11	9	6	11	0,4	4
(1,2) – G	5	13	1	19	1,5	4
(7,8) – H	9	8	2	9	(1/7≈0,14)	0
(2,4) – I	12	15	5	17	(2/7≈0,29)	0
(3,8) – J	6	12	2	15	0,75	4

Теперь образовалось 3 критических путей с длительностью 22 дня.

- 1) $L_1 = \{G, I, F, H\} = \{1, 2, 4, 7, 8\}$, 22 дня – критический;
- 2) $L_2 = \{G, A, C, E\} = \{1, 2, 3, 6, 8\}$, 22 дня – критический;
- 3) $L_3 = \{G, D, B, H\} = \{1, 2, 5, 7, 8\}$, 22 дня – критический;
- 4) $L_4 = \{G, A, J\} = \{1, 2, 3, 8\}$, 18 дней – подкритический.

5 шаг.

Произведём одновременное ускорение 3-х работ на 3-х критических путях:

Решение задачи по сетевому планированию выполнено на сайте www.matburo.ru

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

https://www.matburo.ru/ex_emm.php?p1=emmse

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

- 1) D(2,5) с нарастанием затрат 0,2 руб./день и запасом сокращения времени в 5 дней;
- 2) F(4,7) с нарастанием затрат 0,4 руб./день и запасом сокращения времени в 4 дня;
- 3) C(3,6) с нарастанием затрат 0,8 руб./день и запасом сокращения времени в 3 дня.

Ускорение всех этих работ на 1 день будет стоить $0,4+0,2+0,8=1,4$ руб./день.

Разность между продолжительностью критических и подкритического путей $22-18=4$ дня, поэтому $\Delta t^5 = \min[5,4,3,4] = 3$ дня.

Новая текущая длительность работы D(2,5) теперь составит 6 дней и она имеет ещё запас для дальнейшего возможного сокращения в 2 дня.

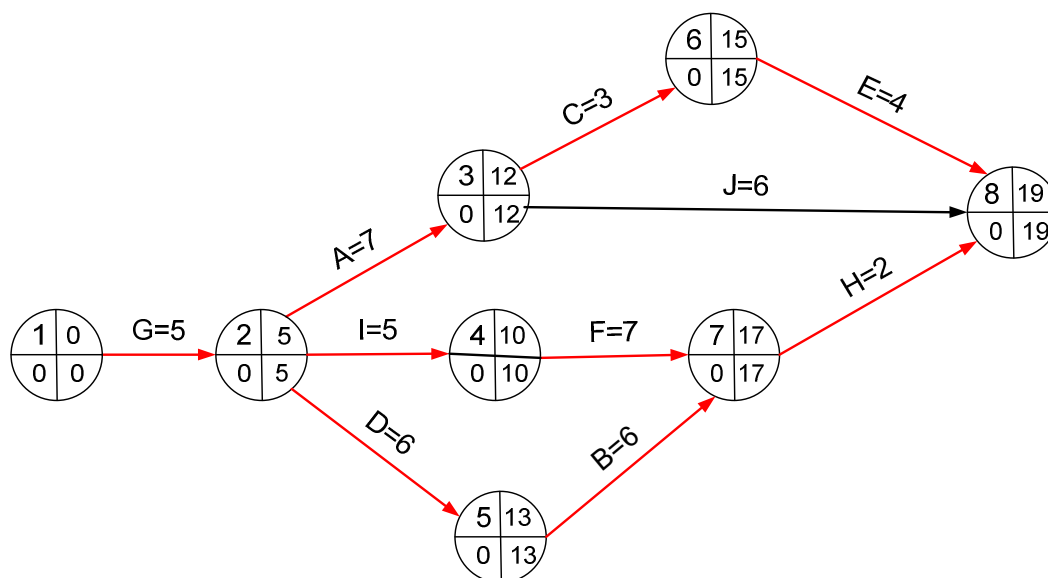
Новая текущая длительность работы F(4,7) теперь составит 7 дней и она имеет ещё запас для дальнейшего возможного сокращения в 1 день.

Новая текущая длительность работы C(3,6) теперь 3 дня, и она исчерпала свой запас для дальнейшего сокращения.

После 5-го шага ускорения возникли следующие изменения.

Прямые затраты возросли на $1,4 \cdot 3 = 4,2$ руб. и составляют теперь 124,2 руб., косвенные затраты $1,30 \cdot 19 = 24,7$ руб., общие затраты – 148,9 руб. Длительность проекта теперь 19 дней.

Измененный сетевой график:



Изменённая таблица:

Работа (i,j)	Нормальная длительность		Сокращённая длительность		Нарастане е затрат	Запас сокращен ия времени
	продолжи- тельность, T_n	стоимость, C_n	продолжи- тельность, T_c	стоимость, C_c		
(2,3) – A	7	9	2	14	1	5
(5,7) – B	6	16	1	18	0,4	5
(3,6) – C	8	4	3	8	(0,8)	0
(2,5) – D	9	11	4	12	0,2	2
(6,8) – E	10	14	4	18	(2/3≈0,67)	0
(4,7) – F	11	9	6	11	0,4	1
(1,2) – G	5	13	1	19	1,5	4

Решение задачи по сетевому планированию выполнено на сайте www.matburo.ru

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

https://www.matburo.ru/ex_emm.php?p1=emmse

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

(7,8) – Н	9	8	2	9	(1/7≈0,14)	0
(2,4) – I	12	15	5	17	(2/7≈0,29)	0
(3,8) – J	6	12	2	15	0,75	4

Остались те же 3 критических путей с новой длительностью 19 дней.

- 1) $L_1 = \{G, I, F, H\} = \{1, 2, 4, 7, 8\}$, 19 дня – критический;
- 2) $L_2 = \{G, A, C, E\} = \{1, 2, 3, 6, 8\}$, 19 дня – критический;
- 3) $L_3 = \{G, D, B, H\} = \{1, 2, 5, 7, 8\}$, 19 дня – критический;
- 4) $L_4 = \{G, A, J\} = \{1, 2, 3, 8\}$, 18 дней – подкритический.

6 шаг.

Возможностей для дальнейшего ускорения теперь не осталось, т.к. ускорение общей работы G(1,2) обходится в 1,5 руб./день, это больше, чем косвенные затраты на 1 день, а дальнейшая оптимизация может проходить только за счёт уменьшения косвенных расходов, т.е. не более, чем 1,30 руб./день.

Если производить одновременное ускорение 3-х работ на 3-х критических путях, то можно выбрать следующие оставшиеся работы с минимальными коэффициент нарастания затрат:

- 1) D(2,5) с нарастанием затрат 0,2 руб./день и запасом сокращения времени в 2 дня;
- 2) F(4,7) с нарастанием затрат 0,4 руб./день и запасом сокращения времени в 1 день;
- 3) A(2,3) с нарастанием затрат 1 руб./день и запасом сокращения времени в 5 дней.

Ускорение всех этих работ на 1 день будет стоить $0,4+0,2+1=1,6$ руб., а экономия на косвенных расходах за 1 день составит 1,30 руб., т.е. общие расходы при такой оптимизации составят $148,9+1,6-1,3 = 149,2$ руб., что превышает установленный лимит в 149 руб.

Результаты оптимизации следующие:

Выполнение всего комплекса работ занимает теперь 19 дней, стоимость выполнения работ составляет 148,9 руб. Таким образом, удалось сократить время выполнения проекта на 18 дней и общие затраты за счёт уменьшения косвенных расходов тоже сократились с 159,1 руб. при нормальном режиме работы до 148,9 руб. при ускоренном режиме, т.е. на 10,2 руб.