

Пример решения задачи (Тишин)

Графы и отношения

ЗАДАНИЕ.

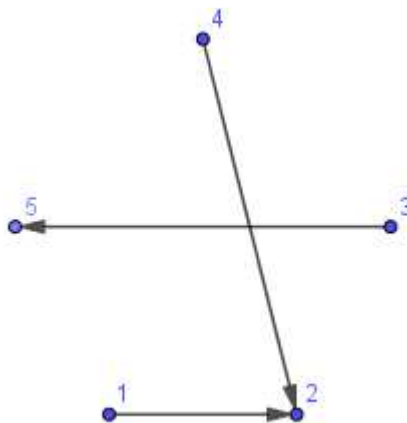
Для данного отношения $\Phi = (\{1, 2, 3, 4, 5\}, G)$, где $G = \{(3,5), (4,2), (1,2)\}$,
продолить следующее:

1. Изобразить Φ графом.
2. Построить Φ до отношения эквивалентности, указать фактор-множество.
3. Построить Φ до отношения частичного порядка, указать максимальные, минимальные элементы, а также пары несравнимых элементов.
4. Построить Φ до отношения линейного порядка, указать наибольший и наименьший элементы.
5. Построить Φ до отношения строгого порядка.
6. Построить Φ до отношения строгого линейного порядка.

Замечание: отношение достраивается с помощью введения минимально необходимого числа дополнительных рёбер.

РЕШЕНИЕ.

1. Изобразим Φ графом:

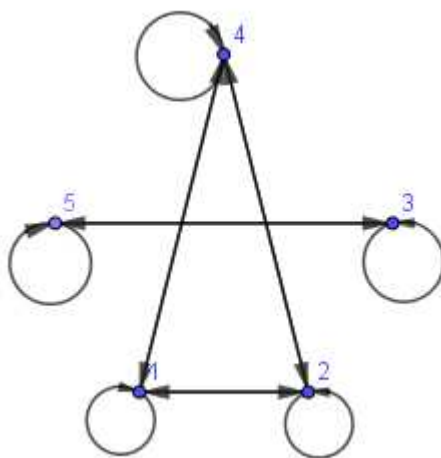


2. Построим Φ до отношения эквивалентности Φ_1 , добавляя минимально возможное число ребер. Обозначим график полученного отношения эквивалентности G_1 .

G_1

$$= \{(3,5), (5,3), (3,3), (5,5), (1,2), (2,1), (4,2), (2,4), (1,4), (4,1), (1,1), (2,2), (4,4)\}$$

Граф отношения Φ_1 :

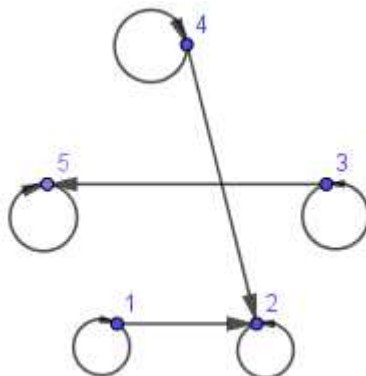


Укажем фактор-множество для $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ по отношению Φ_1 : $A/\varphi_1 = \{\{1, 2, 4\}, \{3,5\}\}$. Индекс разбиения множества A равен 2.

3. Построим Φ до отношения частичного порядка Φ_2 , обозначив график этого отношения как G_2 :

$$G_2 = \{(1,2), (1,1), (2,2), (4,2), (4,4), (3,5), (3,3), (5,5)\}$$

Граф отношения Φ_2 :

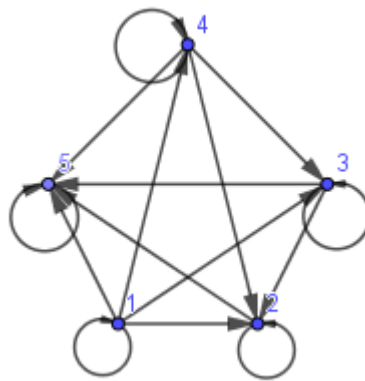


Максимальные элементы 2 и 5, минимальные элементы 1, 3 и 4, пары несравнимых элементов: (1,3), (1,5), (1,4), (2,3), (2,4), (3,4), (4,5).

4. Построим Φ до отношения линейного порядка Φ_3 , обозначив график этого отношения как G_3 :

$$G_3 = G_2 \cup \{(1,4), (1,3), (1,5), (2,5), (3,2), (4,3), (4,5)\}$$

Граф отношения Φ_3 :



Наибольший элемент: 5, наименьший элемент: 1.

5. Отношение Φ является отношением строгого порядка (антирефлексивно, антисимметрично, транзитивно), поэтому достраивать его не требуется.

6. Построим Φ до отношения строгого линейного порядка Φ_4 , обозначив график этого отношения G_4 :

$$G_4 = G_3 \setminus \Delta_A = \{(1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,5), (3,2), (3,5), (4,2), (4,3), (4,5)\}$$

Граф отношения Φ_4 :

Решение задачи из сборника Тишина В.В. скачано с

https://www.matburo.ru/ex_dm.php?p1=dmtish

(больше примеров по ссылке)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, программированию

