

Решенная задача на тему: Машина Тьюринга

ЗАДАНИЕ.

Построить машину Тьюринга, которая вычисляет модуль разности любых двух натуральных чисел.

РЕШЕНИЕ.

Сконструируем машину Тьюринга для нахождения модуля разности любых двух натуральных чисел.

Внешний алфавит машины Тьюринга $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, -, \}$.

Внутренний алфавит машины Тьюринга $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_z\}$, где

q_0 - начальное состояние машины Тьюринга;

q_z - конечное состояние машины Тьюринга (останов.)

Пусть два заданных натуральных числа разделяются знаком -, пустые секции по-прежнему обозначаются , пусть слева на ленте от знака - расположено одно число, справа - другое. Идея решения заключается в следующем: от числа, расположенного справа, отнимаем единицу, действуя по правилам десятичной арифметики, затем продвигаемся влево к другому натуральному числу и уже от этого числа отнимаем единицу, действуя по правилам десятичной арифметики. После этого возвращаемся к правому числу и повторяем до тех пор, пока одно из чисел не будет исчерпано.

После этого последний раз сдвигаемся вправо (если исчерпано число, которое было расположено справа от знака -) или влево (если исчерпано число, которое было расположено слева от знака -), стираем знак - и останов.

Команды МТ:

$q_0 \rightarrow q_0 L$ (движение головки влево к концу числа, стоящего справа от знака -);

$q_1 0 \rightarrow q_1 9L$ (найдена последняя цифра правого числа - цифра 0 - вместо 0 записываем в ячейку цифру 9 и МТ остается в состоянии q_1 , головка движется дальше вправо)

$q_1 1 \rightarrow q_2 0L$ (вместо 1 правого числа записываем цифру 0 и МТ переходит в состояние q_2)

$q_1 2 \rightarrow q_2 1L$ (вместо 2 правого числа записываем цифру 1 и МТ переходит в состояние q_2)

$q_1 3 \rightarrow q_2 2L$ (вместо 3 правого числа записываем цифру 2 и МТ переходит в состояние q_2)

$q_1 4 \rightarrow q_2 3L$ (вместо 4 правого числа записываем цифру 3 и МТ переходит в состояние q_2)

$q_15 \rightarrow q_24L$ (вместо 5 правого числа записываем цифру 4 и МТ переходит в состояние q_2)
 $q_16 \rightarrow q_25L$ (вместо 6 правого числа записываем цифру 5 и МТ переходит в состояние q_2)
 $q_17 \rightarrow q_26L$ (вместо 7 правого числа записываем цифру 6 и МТ переходит в состояние q_2)
 $q_18 \rightarrow q_27L$ (вместо 8 правого числа записываем цифру 7 и МТ переходит в состояние q_2)
 $q_19 \rightarrow q_28L$ (вместо 9 правого числа записываем цифру 8 и МТ переходит в состояние q_2)
 $q_1- \rightarrow q_5R$ (правое число исчерпано, возвращаемся влево, МТ переходит в состояние q_5)
 $q_59 \rightarrow q_5 R$ (стираем 9, и двигаемся влево)
 $q_5- \rightarrow q_5$ (стираем знак -)
 $q_5 \rightarrow q_z$ (**МТ останов.**)
 $q_2- \rightarrow q_3 - L$ (головка проходит знак -, который разделяет два заданных натуральных числа и подходит к последней цифре числа, записанного слева от знака -, МТ переходит в состояние q_3)
 $q_30 \rightarrow q_39L$ (найдена последняя цифра левого числа – цифра 0 – вместо 0 записываем в ячейку цифру 9 и МТ остается в состоянии q_3 , головка движется дальше вправо)
 $q_31 \rightarrow q_40L$ (цифра 1 левого числа заменяется на 0, МТ переходит в состояние q_4 и головка двигается влево)
 $q_32 \rightarrow q_41R$ (цифра 2 левого числа заменяется на 1, МТ переходит в состояние q_4 и головка возвращается вправо к правому числу)
 $q_33 \rightarrow q_42R$ (цифра 3 левого числа заменяется на 2, МТ переходит в состояние q_4 и головка возвращается вправо к правому числу)
 $q_34 \rightarrow q_43R$ (цифра 4 левого числа заменяется на 3, МТ переходит в состояние q_4 и головка возвращается вправо к правому числу)
 $q_35 \rightarrow q_44R$ (цифра 5 левого числа заменяется на 4, МТ переходит в состояние q_4 и головка возвращается вправо к правому числу)
 $q_35 \rightarrow q_44R$ (цифра 5 левого числа заменяется на 4, МТ переходит в состояние q_4 и головка возвращается вправо к правому числу)
 $q_36 \rightarrow q_45R$ (цифра 6 левого числа заменяется на 5, МТ переходит в состояние q_4 и головка возвращается вправо к правому числу)
 $q_37 \rightarrow q_46R$ (цифра 7 левого числа заменяется на 6, МТ переходит в состояние q_4 и головка возвращается вправо к правому числу)
 $q_38 \rightarrow q_47R$ (цифра 8 левого числа заменяется на 7, МТ переходит в состояние q_4 и головка возвращается вправо к правому числу)
 $q_39 \rightarrow q_48R$ (цифра 8 левого числа заменяется на 7, МТ переходит в состояние q_4 и головка возвращается вправо к правому числу)
 $q_4 \rightarrow q_6R$ (левое число исчерпано, возвращаемся вправо, МТ переходит в состояние q_6)

$q_6 0 \rightarrow q_6 R$ (стираем 0, и двигаемся вправо)
 $q_6 - \rightarrow q_5$ (стираем знак -, МТ переходит в состояние q_5)
 $q_5 \rightarrow q_z$ (МТ останов.)

Функциональная схема машины Тьюринга представлена в следующей таблице:

	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5	q_6
	$q_0 L$		$q_5 R$	$q_5 R$	$q_5 R$	q_z	$q_6 R$
0		$q_1 9L$	L	$q_3 9L$	R		$q_6 R$
1		$q_2 0L$	L	$q_4 0L$	R		
2		$q_2 1L$	L	$q_4 1R$	R		
3		$q_2 2L$	L	$q_4 2R$	R		
4		$q_2 3L$	L	$q_4 3R$	R		
5		$q_2 4L$	L	$q_4 4R$	R		
6		$q_2 5L$	L	$q_4 5R$	R		
7		$q_2 6L$	L	$q_4 6R$	R		
8		$q_2 7L$	L	$q_4 7R$	R		
9		$q_2 8L$	L	$q_4 8R$	R	$q_5 L$	
-		$q_5 R$	$q_3 L$		$q_1 R$	q_5	q_5

Примеры работы:

1) МТ вычисляет $|2 - 1|$

2	-	1	
---	---	---	--

1. МТ в состоянии q_1 подходит к числу, записанному справа от знака - (в данном случае 1), и заменяет его на 0. МТ переходит в состояние q_2 .

2	-	0	
---	---	---	--

2. МТ двигается влево и подходит к числу, записанному слева от знака - (в данном случае 2), и переходит в состояние q_3 . МТ заменяет эту цифру на 1 и переходит в состояние q_4 .

1	-	0	
---	---	---	--

3. МТ возвращается вправо к числу, записанному справа, и переходит в состояние q_1 . Справа число исчерпано, но стоит цифра 0, которая заменяется на 9. МТ остается в состоянии q_1 .

1	-	9	
---	---	---	--

4. МТ возвращается влево и попадает в ячейку, где стоит знак -. МТ переходит в состояние q_5 и возвращается вправо.

5. МТ стирает цифру 9, остается в состоянии q_5 . МТ двигается влево.

1	-		
---	---	--	--

6. МТ стирает знак -, переходит в конечное состояние q_z .

	1			
--	---	--	--	--

7. МТ останов.

На ленте записан результат вычисления $|2 - 1|$.

2) МТ вычисляет $|2 - 4|$

	2	-	4	
--	---	---	---	--

1. МТ в состоянии q_1 подходит к числу, записанному справа от знака $-$ (в данном случае 4), и заменяет его на 3. МТ переходит в состояние q_2 .

	2	-	3	
--	---	---	---	--

2. МТ движется влево и подходит к числу, записанному слева от знака $-$ (в данном случае 2), и переходит в состояние q_3 . МТ заменяет эту цифру на 1 и переходит в состояние q_4 .

	1	-	3	
--	---	---	---	--

3. МТ возвращается вправо к числу, записанному справа, и переходит в состояние q_1 . МТ заменяет 3 на 2, и переходит в состояние q_2 .

	1	-	2	
--	---	---	---	--

4. МТ движется влево и подходит к числу, записанному слева от знака $-$ (в данном случае 1), и переходит в состояние q_3 . МТ заменяет эту цифру на 0 и переходит в состояние q_4 .

	0	-	2	
--	---	---	---	--

5. МТ продолжает двигаться влево и попадает в пустую ячейку, и переходит в состояние q_6 .

6. МТ возвращается вправо, стирает 0, МТ остается в состоянии q_6 и движется вправо.

		-	2	
--	--	---	---	--

8. МТ стирает знак $-$, переходит в состояние q_5 , а потом в конечное состояние q_z .

			2	
--	--	--	---	--

9. МТ останов.

На ленте записан результат вычисления $|2 - 4|$.