Пример решения задачи по управлению запасами

Магазин продает калькуляторы. Время поставки от поставщика составляет 2 недели. Известно, что величина спроса нормально распределена за этот период со средним значением - 25 и стандартным отклонением – 6 калькуляторов. Стоимость оформления одного заказа составляет 15 у. д. е., а издержки хранения - 0,8 у. д. е. за год. Предполагается, что в году 50 рабочих недель. Какой должен быть оптимальный размер заказа и уровень повторного заказа, чтобы в течение года был обеспечен 96 - процентный уровень обслуживания?

Решение.

Уровень обслуживания – это вероятность того, что спрос не превысит наличные запасы в период исполнения заказа. Следовательно, уровень обслуживания 96% предполагает 9%-ю вероятность того, что оставшихся наличных запасов будет достаточно для работы в период исполнения заказа. Уровень обслуживания в 96% предполагает, что риск исчерпания запасов составляет 4%.

1. Вначале будем решать задачу при условии детерминированной статической модели без дефицита со следующими исходными данными:

$b = \overline{b} = 25$;

$c_1 = 15$ у. д. е.;

$c_2 = 0{,}8$ у. д. е. за год $= 0{,}8/50 = 0{,}16$ у. д. е. за неделю;

$T = 50$ недель.

Наиболее экономичный объёма партии по формуле Уилсона:

$$q = \sqrt{\frac{2bc_1}{c_2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 25 \cdot 15}{0{,}016}} = \sqrt{46875} = 217 \text{ калькуляторов.}$$

Интервал между поставками партий такого объёма найдём по формуле $t=\dfrac{q}{b}$:

$t=\dfrac{q}{b}=\dfrac{217}{25}=8,68$ недель.

2. По условию задачи срок выполнения заказа L= 2 недели. Так как оптимальная продолжительность цикла составляет 8,68 недель, получаем, что срок выполнения заказа меньше продолжительности цикла возобновления заказа, и в условиях налаженного производства срок выполнения заказа остаётся равным 2 неделям, а интервал между поставками остаётся равным 8,68 недель.

3. Примем теперь условие, что величина спроса нормально распределена со средним значением $\mu = 25$ и стандартным отклонением $\sigma = 6$ калькуляторов. Определим размер резервного запаса B таким образом, чтобы вероятность истощения запаса в течение срока выполнения заказа не превышала $\alpha=1 - 0,96 = 0,04$.

Так как ежедневный спрос распределен нормально, запаздывание спроса xL также имеет нормальное распределение со средним $\mu L = 2 \cdot 25 = 50$ и средним квадратичным отклонением $\sigma_L=\sqrt{L}\cdot\sigma=\sqrt{2}\cdot 6 = 8,49$.

Таким образом, нам необходимо найти B, удовлетворяющее условию

$$P\{x L \ge B + \mu L\} \le \alpha, \text{ или}$$

$$P\{(x L - \mu L)/ \sigma L \ge B/ \sigma L \} \le \alpha, \text{ т.е.}$$

$$P\{(x L - \mu L)/ \sigma L \ge B/ 8,49 \} \le 0,04.$$

Используя формулу доверительной вероятности для нормального распределения, получим Ф(В/8,49) ≥ 0,96. Из таблицы значений функции

Лапласа $\Phi(x)$ получаем В/8,49 ≥ 1,75, или В≥14,85≈15 калькуляторов.

Следовательно, чтобы обеспечить 96%-й уровень обслуживания надо заказывать каждый раз 217 + 15 = 232 калькулятора.

Уровень повторного заказа равен:

$\bar{b} \cdot L + 1{,}75 \cdot \sigma_L = \bar{b} \cdot L + 1{,}75\sqrt{L} \cdot \sigma$ =25·2 + 15 = 65.