

Задачи на векторы

Пример решения задачи по алгебре

Задача. Найти координаты вектора \vec{x} , если известно, что он перпендикулярен векторам $\vec{a}_1 = (4, -2, -3)$ и $\vec{a}_2 = (0, 1, 3)$, образует с ортом \vec{j} острый угол и $|\vec{x}| = 26$.

Решение. Пусть вектор \vec{x} имеет координаты $\vec{x} = (x, y, z)$.

Так как \vec{x} перпендикулярен векторам $\vec{a}_1 = (4, -2, -3)$ и $\vec{a}_2 = (0, 1, 3)$, соответствующие скалярные произведения равны нулю, то есть:

$$(\vec{x}, \vec{a}_1) = 4x - 2y - 3z = 0,$$

$$(\vec{x}, \vec{a}_2) = 0x + y + 3z = 0.$$

Так как вектор \vec{x} образует с ортом \vec{j} острый угол, то можно заключить, что $y > 0$.

Так как длина вектора \vec{x} равна 26, получаем еще одно уравнение:

$$x^2 + y^2 + z^2 = 26^2.$$

Итак, пришли к системе для определения координат вектора \vec{x} :

$$\begin{cases} 4x - 2y - 3z = 0, \\ y + 3z = 0, \\ x^2 + y^2 + z^2 = 676. \end{cases}$$

Решаем эту систему.

Выражаем из второго уравнения $y = -3z$, подставляем в первое:

$$\begin{cases} 4x + 6z - 3z = 0, \\ y = -3z, \\ x^2 + y^2 + z^2 = 676. \end{cases}$$

Выражаем из первого уравнения x через z

$$\begin{cases} x = -3/4z, \\ y = -3z, \\ x^2 + y^2 + z^2 = 676. \end{cases}$$

Подставляем полученные выражения в третье уравнение и получаем:

$$\begin{cases} x = -3/4z, \\ y = -3z, \\ \frac{9}{16}z^2 + 9z^2 + z^2 = 676. \end{cases}$$

Решаем последнее уравнение:

Задача скачана с сайта www.MatBuro.ru

Еще примеры: https://www.matburo.ru/ex_ag.php?p1=agvect

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике

$$\frac{9}{16}z^2 + 9z^2 + z^2 = 676,$$

$$\frac{169}{16}z^2 = 676,$$

$$z^2 = 64,$$

$$z = \pm 8.$$

Так как $y > 0$ и $y = -3z$, то выбираем $z = -8$. Получаем

$$\begin{cases} x = 6, \\ y = 24, \\ z = -8. \end{cases}$$

Вектор $\bar{x} = (6, 24, -8)$.