

Пример: криволинейный интеграл 2-го рода по формуле Грина

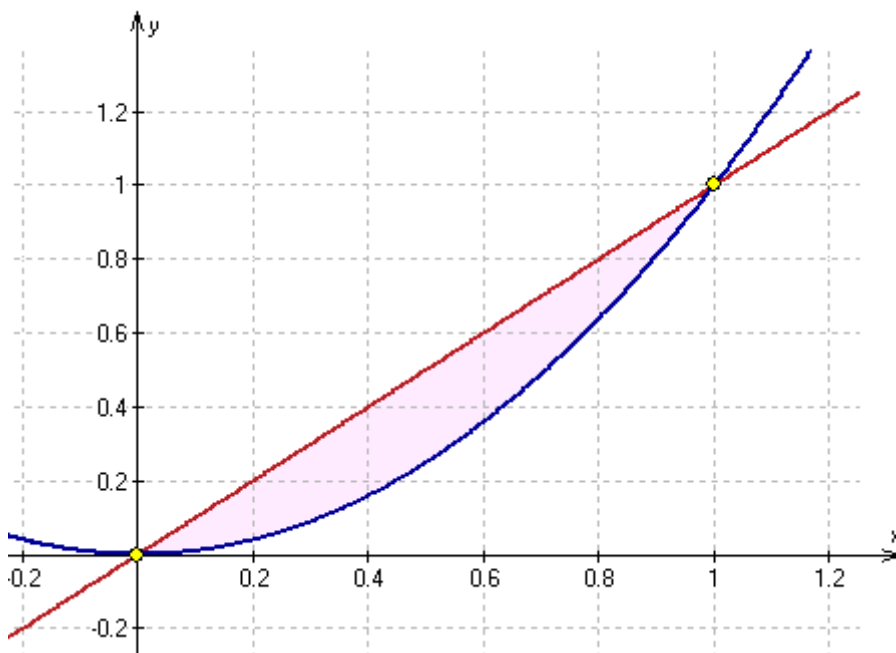
ЗАДАНИЕ.

Вычислить криволинейный интеграл по замкнутому контуру в положительном направлении, используя формулу Грина

$$\int_l (x - y^2) dy + (x^3 + 3y) dx, \quad l: x = y, y = x^2.$$

РЕШЕНИЕ.

Сделаем схематический чертеж:



Для интеграла $\int_l (x - y^2) dy + (x^3 + 3y) dx$ имеем $P = x^3 + 3y$, $Q = x - y^2$. Тогда по

формуле Грина $\int_l P dx + Q dy = \iint_D (Q'_x - P'_y) dx dy$ получаем:

$$\int_l (x - y^2) dy + (x^3 + 3y) dx = \iint_D (1 - 3) dx dy = -2 \iint_D dx dy =$$

Здесь D - площадь, ограниченная кривой l (см. чертеж). Переходим к повторному интегралу:

$$= -2 \int_0^1 dx \int_{x^2}^x dy = -2 \int_0^1 (x - x^2) dx = -2 \left(\frac{1}{2} x^2 - \frac{1}{3} x^3 \right) \Big|_0^1 = -2 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) = -\frac{1}{3}.$$

Решение задачи по криволинейным интегралам скачано с
https://www.matburo.ru/ex_ma.php?p1=makrint

(больше примеров по ссылке)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, программированию