

### Операционное исчисление. Пример нахождения оригинала

ЗАДАНИЕ. Найти оригинал для функции с помощью вычетов

$$F^*(p) = \frac{1}{e^{4p} - 625}$$

РЕШЕНИЕ.

$$\begin{aligned} F^*(p) &= \frac{1}{e^{4p} - 625} = \frac{1}{(e^{2p} - 25)(e^{2p} + 25)} = \frac{1}{50} \left( \frac{1}{(e^{2p} - 25)} - \frac{1}{(e^{2p} + 25)} \right) \\ &= \\ &= \frac{1}{50} \cdot \frac{1}{(e^p - 5)(e^p + 5)} - \frac{1}{50} \cdot \frac{1}{(e^{2p} + 25)} = \\ &= \frac{1}{50} \cdot \frac{1}{10} \left( \frac{1}{(e^p - 5)} - \frac{1}{(e^p + 5)} \right) - \frac{1}{50} \cdot \frac{1}{(e^{2p} + 25)} = \\ &= \frac{1}{500} \cdot \frac{1}{(e^p - 5)} - \frac{1}{500} \cdot \frac{1}{(e^p + 5)} - \frac{1}{50} \cdot \frac{1}{(e^{2p} + 25)} \end{aligned}$$

С помощью вычетов найдем оригиналы для  $\frac{1}{(e^p - 5)}$  и  $\frac{1}{(e^p + 5)}$

Замена  $z = e^p$

$$res_{z=5} \left( \frac{1}{z-5} \cdot z^{n-1} \right) = \lim_{z \rightarrow 5} \left( \frac{1}{z-5} \cdot (z-5)z^{n-1} \right) = 5^{n-1}$$

$$\frac{1}{(e^p - 5)} \leftrightarrow 5^{n-1}$$

$$res_{z=-5} \left( \frac{1}{z+5} \cdot z^{n-1} \right) = \lim_{z \rightarrow -5} \left( \frac{1}{z+5} \cdot (z+5)z^{n-1} \right) = (-5)^{n-1}$$

$$\frac{1}{(e^p + 5)} \leftrightarrow (-5)^{n-1}$$

Известно, что

$$e^{an} \sin \left( \frac{\pi}{2} n \right) \leftrightarrow \frac{e^a e^p}{e^{2p} + e^{2a}}$$

$$25 = e^{\ln 25} = e^{2 \ln 5}$$

Задача по операционному исчислению скачана с  
[https://www.matburo.ru/ex\\_ma.php?p1=maoper](https://www.matburo.ru/ex_ma.php?p1=maoper)

(больше примеров по ссылке)

©МатБюро - Решение задач по математике, экономике, статистике, программированию

$$\frac{1}{(e^{2p} + 25)} = \frac{1}{e^{\ln 5}} \cdot \frac{e^{\ln 5} e^p}{e^{2p} + e^{2 \ln 5}} \leftrightarrow \frac{1}{e^{\ln \sqrt{5}}} \cdot e^{n \cdot \ln 5} \sin\left(\frac{\pi}{2} n\right) = 5^{n-1} \sin\left(\frac{\pi}{2} n\right)$$

Итак, искомый оригинал:

$$f(n) = \frac{5^{n-1}}{500} - \frac{(-5)^{n-1}}{5000} - \frac{5^{n-1} \sin\left(\frac{\pi}{2} n\right)}{50}$$