

Операционное исчисление Нахождение изображения функции, заданной интегралом

ЗАДАНИЕ.

Найти изображение функции:

$$\int_0^t \cos \tau \cdot e^{-3\tau} d\tau$$

РЕШЕНИЕ.

Используем таблицу оригиналов и изображений:

$$\cos t \leftrightarrow \frac{p}{p^2 + 1}$$

В силу теоремы сдвига, $e^{at} \cdot f(t) \leftrightarrow F(p - a)$, поэтому

$$\cos t \cdot e^{-3t} \leftrightarrow \frac{p + 3}{(p + 3)^2 + 1} = \frac{p + 3}{p^2 + 6p + 10}$$

Согласно теореме об интегрировании оригинала,

$$\int_0^t f(\tau) d\tau \leftrightarrow \frac{F(p)}{p}$$

Получим:

$$\int_0^t \cos \tau \cdot e^{-3\tau} d\tau \leftrightarrow \frac{1}{p} \cdot \frac{p + 3}{p^2 + 6p + 10}$$

$$F(p) = \frac{p + 3}{p^3 + 6p^2 + 10p}$$

ОТВЕТ.

$$F(p) = \frac{p + 3}{p^3 + 6p^2 + 10p}$$