Задача скачана с сайта www.MatBuro.ru

©МатБюро - Решение задач по математике, статистике, экономике, программированию Еще решения математической статистики: www.matburo.ru/ex_subject.php?p=ms

Метод моментов для нормального распределения

Задание.

Найти методом моментов по выборке $x_1, x_2, ..., x_n$ точечные оценки неизвестных параметров a и σ нормального распределения, плотность которого

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-(x-a)^2/(2\sigma)^2}$$
.

Решение.

Для отыскания двух неизвестных параметров необходимо иметь два уравнения: приравняем начальный теоретический момент первого порядка и центральный теоретический момент второго порядка соответствующим эмпирическим моментам:

$$v_1 = M_1, \ \mu_2 = m_2.$$

Учитывая, что $v_1 = M(X)$, $M_1 = \overline{x_B}$, $\mu_2 = D(X)$, $m_2 = D_B$, имеем:

$$\begin{cases} M(X) = \overline{x_B}, \\ D(X) = D_B. \end{cases}$$

Математическое ожидание и дисперсия нормального распределения известны, откуда получаем:

$$\begin{cases} M(X) = a = \overline{x_B}, \\ D(X) = \sigma^2 = D_B. \end{cases}$$

Поэтому находим оценки параметров:

$$a^* = \overline{x}_B = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i n_i.$$

$$\sigma^* = \sqrt{D_B} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i} (x_i - \overline{x}_B)^2 n_i}.$$