

Тема: Проверка гипотезы о распределении по закону Пуассона

ЗАДАНИЕ. Отдел технического контроля проверил n партий однотипных изделий и установил, что число X нестандартных изделий в одной партии имеет эмпирическое распределение, приведенное в таблице, в одной строке которой указано количество x_i нестандартных изделий в одной партии, а в другой строке – количество n_i партий, содержащих x_i нестандартных изделий. Требуется при уровне значимости $\alpha = 0,05$ проверить гипотезу о том, что случайная величина X (число нестандартных изделий в одной партии) распределена по закону Пуассона.

x_i	n_i
0	403
1	370
2	167
3	46
4	12
5	2

Сумма 1000

РЕШЕНИЕ.

Найдем выборочную среднюю \bar{x}

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i n_i = \frac{1}{1000} 900 = 0,9.$$

Процесс вычисления проиллюстрирован в таблице:

x_i	n_i	$x_i n_i$
0	403	0
1	370	370
2	167	334
3	46	138
4	12	48
5	2	10

Сумма 1000 900

Примем в качестве оценки $\lambda = \bar{x} = 0,9$. Проверим нулевую гипотезу H_0 = (Число нестандартных изделий в партии распределено по закону Пуассона), то есть

$$p_k = P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda} = \frac{0,9^k}{k!} e^{-0,9}, \quad k = 0, 1, \dots, \text{ при уровне значимости } 0,05.$$

Находим теоретические вероятности $p_k = \frac{0,9^k}{k!} e^{-0,9}$ и теоретические частоты

$n_k' = n \cdot p_k = 1000 \cdot p_k$. Результаты вычислений занесем в таблицу:

k	n_k	p_k	n_k'	$(n_k - n_k')^2$	$\frac{(n_k - n_k')^2}{n_k'}$
-----	-------	-------	--------	------------------	-------------------------------

0	403	0,40657	406,57	12,7449	0,031347
1	370	0,36591	365,91	16,7281	0,045716
2	167	0,16466	164,66	5,4756	0,033254
3	46	0,0494	49,4	11,56	0,234008
4	12	0,01111	11,11	0,7921	0,071296
5	2	0,002	2	0	0
				Сумма	0,416

Из расчетной таблицы находим наблюдаемое значение критерия Пирсона $\chi^2 \approx 0,416$. Критическая точка для уровня значимости 0,05 при количестве степеней свободы $k = 6 - 2 = 4$ (число групп минус два) равна 9,5. Так как наблюдаемое значение критерия 0,416 меньше критического значения 9,5, следует принять нулевую гипотезу о распределении генеральной совокупности по закону Пуассона.