

Пример решения задачи

Составление закона распределения двумерной случайной величины

Задача. Слово РОССИЯ разрезано по буквам. Случайным образом вынимаем две буквы, тогда X – количество гласных среди них, затем вынимаем еще две буквы и Y – количество гласных во второй паре. Составить закон распределения системы случайных величин X, Y .

Решение.

Так как каждый раз вынимается по 2 буквы, то величины X и Y могут принимать значения 0, 1 и 2, то есть таблица распределения имеет вид:

$X \setminus Y$	0	1	2
0			
1			
2			

Будем вычислять все вероятности.

$P(X = 0, Y = 0)$. Вытаскиваем первые две согласные буквы, вероятность $\frac{C_3^2}{C_6^2} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$.

Осталось 1 согласная и 3 гласные буквы. Выбирая 2 буквы, получим как минимум одну гласную, поэтому $P(X = 0, Y = 0) = 0$.

$P(X = 0, Y = 1)$. Вытаскиваем первые две согласные буквы, вероятность $\frac{C_3^2}{C_6^2} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$.

Осталось 1 согласная и 3 гласные буквы. Выбираем из них одну гласную и одну

согласную, вероятность $\frac{1 \cdot 3}{C_4^2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$, поэтому $P(X = 0, Y = 1) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{10}$.

$P(X = 0, Y = 2)$. Вытаскиваем первые две согласные буквы, вероятность $\frac{C_3^2}{C_6^2} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$.

Осталось 1 согласная и 3 гласные буквы. Выбираем из них две гласные буквы,

вероятность $\frac{C_3^2}{C_4^2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$, поэтому $P(X = 0, Y = 2) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{10}$.

$P(X = 1, Y = 0)$. Вытаскиваем сначала одну гласную и одну согласную буквы, вероятность

$\frac{3 \cdot 3}{C_6^2} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$. Остались 2 согласная и 2 гласные буквы. Выбираем из них две гласные

буквы, вероятность $\frac{1}{C_4^2} = \frac{1}{6}$, поэтому $P(X = 1, Y = 0) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{10}$.

$P(X = 1, Y = 1)$. Вытаскиваем сначала одну гласную и одну согласную буквы, вероятность

$\frac{3 \cdot 3}{C_6^2} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$. Остались 2 согласная и 2 гласные буквы. Выбираем из них одну гласную и

одну согласную буквы, вероятность $\frac{2 \cdot 2}{C_4^2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$, поэтому $P(X = 1, Y = 1) = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{5}$.

$P(X = 1, Y = 2)$. Вытаскиваем сначала одну гласную и одну согласную буквы, вероятность

$\frac{3 \cdot 3}{C_6^2} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$. Остались 2 согласная и 2 гласные буквы. Выбираем из них две согласные

буквы, вероятность $\frac{1}{C_4^2} = \frac{1}{6}$, поэтому $P(X = 1, Y = 2) = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{10}$.

$P(X = 2, Y = 0)$. Вытаскиваем первые две гласные буквы, вероятность $\frac{C_3^2}{C_6^2} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$.

Осталось 1 гласная и 3 согласные буквы. Выбираем из них две согласные буквы,

вероятность $\frac{C_3^2}{C_4^2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$, поэтому $P(X = 2, Y = 0) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{10}$.

$P(X = 2, Y = 1)$. Вытаскиваем первые две гласные буквы, вероятность $\frac{C_3^2}{C_6^2} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$.

Осталось 1 гласная и 3 согласные буквы. Выбираем из них одну гласную и одну

согласную, вероятность $\frac{1 \cdot 3}{C_4^2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$, поэтому $P(X = 2, Y = 1) = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{10}$.

$P(X = 2, Y = 2)$. Вытаскиваем первые две гласные буквы, вероятность $\frac{C_3^2}{C_6^2} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$.

Осталось 1 гласная и 3 согласные буквы. Выбирая 2 буквы, получим как минимум одну согласную, поэтому $P(X = 2, Y = 2) = 0$.

Заполняем таблицу:

$X \setminus Y$	0	1	2
0	0	0,1	0,1
1	0,1	0,4	0,1
2	0,1	0,1	0

Сумма вероятностей равна 1. Вычисления верные.