

Дискретная двумерная случайная величина

Пример решения задачи

Задача. Для заданного закона распределения вероятностей двумерной случайной величины (X, Y) :

$Y \backslash X$	2	5
8	0,15	0,10
10	0,22	0,23
12	0,10	0,20

Найти коэффициент корреляции между величинами X и Y .

Решение. Найдем законы распределения величин X и Y , их математические ожидания и средние квадратические отклонения.

Закон распределения X

x_i	2	5
p_i	0,47	0,53

x_i	2	5	Сумма
p_i	0,47	0,53	1
$x_i p_i$	0,94	2,65	3,59
$x_i^2 p_i$	1,88	13,25	15,13

$$M(X) = \sum x_i \cdot p_i = 3,59.$$

$$D(X) = \sum x_i^2 \cdot p_i - (M(X))^2 = 15,13 - 3,59^2 = 2,2419.$$

$$\sigma(X) = \sqrt{2,2419} = 1,497$$

Закон распределения Y

y_j	p_j
8	0,25
10	0,45
12	0,3

y_j	p_j	$y_j p_j$	$y_j^2 p_j$
8	0,25	2	16
10	0,45	4,5	45
12	0,3	3,6	43,2
Сумма	1	10,1	104,2

$$M(Y) = \sum y_j \cdot p_j = 10,1.$$

$$D(Y) = \sum y_j^2 \cdot p_j - (M(Y))^2 = 104,2 - 10,1^2 = 2,19$$

$$\sigma(Y) = \sqrt{2,19} \approx 1,48$$

$$\text{Вычислим } M(XY) = \sum x_i y_j p_{ij} = 36,7$$

Коэффициент корреляции вычислим по формуле

$$r_{xy} = \frac{M(XY) - M(X)M(Y)}{\sigma(X)\sigma(Y)} = \frac{36,7 - 3,59 \cdot 10,1}{1,497 \cdot 1,48} \approx 0,199.$$