

Решение задачи на формулу Байеса

ЗАДАНИЕ. Два автомата производят детали. Вероятность изготовления стандартной детали первым автоматом равна 0,8, вторым — 0,9. Производительность первого автомата в пять раз выше производительности второго. Рабочий взял наугад деталь, и она оказалась стандартной. Какова вероятность, что эта деталь изготовлена вторым автоматом?

РЕШЕНИЕ.

Пусть $A = \{ \text{Деталь была признана стандартной} \}$

Введем систему гипотез:

$H_1 = \{ \text{проверка была произведена первым автоматом} \}$

$H_2 = \{ \text{проверка была произведена вторым автоматом} \}$

Пусть производительность второго автомата равна x , а первого автомата равна $5x$

Найдем вероятности гипотез

$$P(H_1) = \frac{5x}{x+5x} = \frac{5}{6}; P(H_2) = \frac{x}{x+5x} = \frac{1}{6}.$$

Согласно условию задачи условные вероятности события A равны

$$P(A | H_1) = 0.8; P(A | H_2) = 0.9$$

Применим формулу полной вероятности:

$$P(A) = P(A | H_1)P(H_1) + P(A | H_2)P(H_2) = \frac{5}{6} * 0.8 + \frac{1}{6} * 0.9 = \frac{49}{60}$$

Тогда по формуле Байеса вероятность того, что деталь изготовлена вторым автоматом, если она оказалась стандартной:

$$P(H_2 | A) = \frac{P(A | H_2)P(H_2)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{6} * 0.9}{\frac{49}{60}} = \frac{9}{49} \approx 0.184.$$

ОТВЕТ: 0.184