

### Экспоненциальное распределение: задача с решением

**Задача.** Среднее время безотказной работы прибора равно 80 часов. Полагая, что время безотказной работы прибора имеет показательный закон распределения, найти:

- выражение его плотности вероятности и функции распределения;
- вероятность того, что в течение 100 часов прибор не выйдет из строя.

**Решение.** Так как для показательного закона  $MX = \frac{1}{\lambda}$ , а среднее время безотказной работы прибора равно 80 часов, получаем, что  $\lambda = \frac{1}{80}$ .

Тогда плотность вероятности имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{1}{80} e^{-1/80x}, & x \geq 0. \end{cases}$$

Функция распределения имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ 1 - e^{-1/80x}, & x \geq 0. \end{cases}$$

Найдем вероятность того, что в течение 100 часов прибор не выйдет из строя, то есть вероятность того, что время безотказной работы будет не меньше 100,  $X \geq 100$ .

Используем известную формулу для показательного распределения:

$$P(a < X < b) = e^{-\lambda a} - e^{-\lambda b} = e^{-1/80a} - e^{-1/80b}.$$

Подставляем:

$$P(100 < X < \infty) = e^{-1/80 \cdot 100} - e^{-1/80 \cdot \infty} = e^{-5/4} - e^{-\infty} = e^{-5/4} \approx 0,287.$$

**Ответ:** 0,287.