Экспоненциальное распределение: задача с решением

Задача. Известно, что время работы прибора до первого отказа подчиняется показательному распределению со средним значением 1 год. Какова вероятность, что до первого отказа пройдет не менее 2 лет?

Решение. Так как для показательного закона $MX = \frac{1}{\lambda}$, а среднее время безотказной работы прибора равно 1 год, получаем, что $\lambda = \frac{1}{1} = 1$.

Тогда функция распределения X – времени работы до первого отказа, имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0, \ x < 0, \\ 1 - e^{-x}, \ x \geq 0. \end{cases}$$

Найдем вероятность того, что в течение 2 лет прибор не выйдет из строя, то есть вероятность того, что время безотказной работы будет не меньше 2, $X \geq 2$. Используем известную формулу для показательного распределения:

$$P(a < X < b) = e^{-\lambda a} - e^{-\lambda b} = e^{-a} - e^{-b}.$$

Подставляем:

$$P(2 < X < \infty) = e^{-2} - e^{-\infty} = e^{-2} \approx 0{,}135.$$

Ответ: 0,135