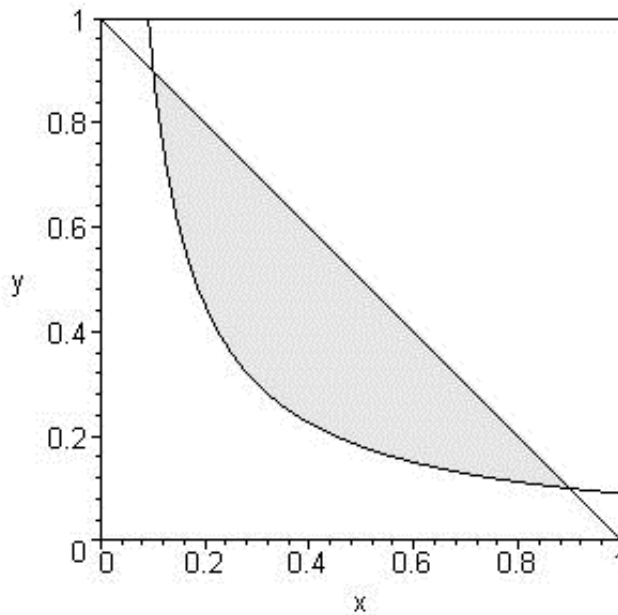


Тема: Геометрическое определение (Гмурман, №45)

ЗАДАНИЕ. Наудачу взяты два положительных числа x и y , каждое из которых не превышает единицы. Найти вероятность того, что сумма $x + y$ не превышает единицы, а произведение xu не меньше $0,09$.

РЕШЕНИЕ.

Используем геометрическое определение вероятности. Сделаем схематический чертеж. Берем числа x, y из квадрата 1×1 .



Сумма $x + y \leq 1$ эквивалентно условию $y \leq 1 - x$ - область ниже прямой.

Произведение $xu \geq 0,09$ эквивалентно условию $y \geq \frac{0,09}{x}$ - область выше гиперболы.

Таким образом, вероятность p равна отношению площади закрашенной фигуры (в которой выполняются условия) к площади всей фигуры (квадрата):

$$p = \frac{S_{\text{фиг.}}}{S_{\text{квад.}}}$$

Площадь квадрата $S_{\text{квад.}} = 1 * 1 = 1$. Площадь закрашенной области можно найти с помощью интеграла.

$$S_{\text{фиг.}} = \int_{0,1}^{0,9} \left(1 - x - \frac{0,09}{x} \right) dx = \left(x - 0,5x^2 - 0,09 \ln x \right) \Big|_{0,1}^{0,9} = \\ = (0,9 - 0,5 \cdot 0,9^2 - 0,09 \ln 0,9) - (0,1 - 0,5 \cdot 0,1^2 - 0,09 \ln 0,1) \approx 0,202.$$

Тогда вероятность

$$p = \frac{S_{\text{фиг.}}}{S_{\text{квад.}}} = \frac{0,202}{1} = 0,202.$$

ОТВЕТ: 0,202.