

Локальная теорема Муавра-Лапласа

Задача с решением

Задача. Вероятность поражения мишени стрелком при одном выстреле равна 0,8. Найти вероятность того, что при 100 выстрелах стрелок поразит мишень ровно 75 раз. Найти наивероятнейшее число попаданий в цель.

Решение. Имеем схему Бернулли с параметрами $p = 0,8$, $q = 1 - p = 0,2$, $n = 100$.

Так как $n = 100$ велико, используем локальную формулу Муавра-Лапласа:

$P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi\left(\frac{k - np}{\sqrt{npq}}\right)$, значения функции φ берутся из таблицы. Подставляем:

$$P_{100}(75) \approx \frac{1}{\sqrt{100 \cdot 0,8 \cdot 0,2}} \varphi\left(\frac{75 - 100 \cdot 0,8}{\sqrt{100 \cdot 0,8 \cdot 0,2}}\right) = 0,25 \varphi(-1,25) = \\ = 0,25 \cdot 0,1826 \approx 0,04565.$$

Найдем наивероятнейшее число попаданий по формуле:

$np - q \leq k < np + p$. Подставляем наши данные:

$$100 \cdot 0,8 - 0,2 \leq k < 100 \cdot 0,8 + 0,8,$$

$$79,8 \leq k < 80,8$$

Отсюда $k = 80$.

Ответ: 0,04565; 80.