

## Тема: Непрерывная случайная величина

ЗАДАНИЕ. Случайная величина  $X$  задана дифференциальной функцией распределения.

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq \pi, \\ -\cos x & \text{при } \pi < x \leq \frac{3}{2}\pi, \\ 0 & \text{при } x > \frac{3}{2}\pi. \end{cases}$$

- 1) Определить вероятность попадания случайной величины  $X$  в интервал  $\left[\pi, \frac{5}{4}\pi\right]$ .
- 2) Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $X$ .

РЕШЕНИЕ.

Вероятность попадания случайной величины  $X$  в интервал  $\left[\pi, \frac{5}{4}\pi\right]$  равна

$$P\left(\pi \leq X \leq \frac{5}{4}\pi\right) = \int_{\pi}^{5/4\pi} f(x)dx = \int_{\pi}^{5/4\pi} -\cos x dx = -\sin x \Big|_{\pi}^{5/4\pi} = -\sin(5/4\pi) + \sin(\pi) = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,707.$$

Математическое ожидание случайной величины  $X$

$$\begin{aligned} MX &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x)x dx = - \int_{\pi}^{3/2\pi} x \cos x dx = - \int_{\pi}^{3/2\pi} x d(\sin x) = -x \sin x \Big|_{\pi}^{3/2\pi} + \int_{\pi}^{3/2\pi} \sin x dx = \\ &= -\frac{3}{2}\pi \sin(3/2\pi) + \pi \sin(\pi) - \cos x \Big|_{\pi}^{3/2\pi} = \frac{3}{2}\pi - \cos(3/2\pi) + \cos(\pi) = \frac{3}{2}\pi - 1. \end{aligned}$$

Дисперсия случайной величины  $X$

$$DX = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)x^2 dx - (MX)^2 = - \int_{\pi}^{3/2\pi} x^2 \cos x dx - \left(\frac{3}{2}\pi - 1\right)^2 =$$

интегрируем по частям,  $u = x^2$ ,  $du = 2x dx$ ,  $dv = \cos x dx$ ,  $v = \sin x$

$$= -x^2 \sin x \Big|_{\pi}^{3/2\pi} + 2 \int_{\pi}^{3/2\pi} x \sin x dx - \left(\frac{3}{2}\pi - 1\right)^2 = \frac{9}{4}\pi^2 + 2 \int_{\pi}^{3/2\pi} x \sin x dx - \left(\frac{9}{4}\pi^2 - 3\pi + 1\right) =$$

интегрируем по частям,  $u = x$ ,  $du = dx$ ,  $dv = \sin x dx$ ,  $v = -\cos x$

$$= \frac{9}{4}\pi^2 - 2x \cos x \Big|_{\pi}^{3/2\pi} + 2 \int_{\pi}^{3/2\pi} \cos x dx - \frac{9}{4}\pi^2 + 3\pi - 1 = -2\pi + 2 \sin x \Big|_{\pi}^{3/2\pi} + 3\pi - 1 = \pi - 1 - 2 = \pi - 3.$$

Таким образом,  $MX = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $DX = \pi - 3$ .