

Отклонение относительной частоты от постоянной вероятности

Задача с решением

Задача. Из группы 200 человек, сдававших экзамен на получение водительских прав в ГАИ 45 человек экзамен не сдало. Оценить вероятности провала и успеха на экзамене. Используя интегральную теорему Лапласа построить приближенные доверительные границы для вероятности успешной сдачи экзамена при 0,8.

Решение. По статистическому определению вероятности можно оценить вероятность провала как $q = \frac{45}{200} = 0,225$, вероятность успеха $p = 1 - q = 0,775$.

Используя интегральную теорему Лапласа построим приближенные доверительные границы для вероятности успешной сдачи экзамена при $P = 0,8$.

Используем формулу:

$$P\left(\left|\frac{m}{n} - p\right| \leq \varepsilon\right) = 2\Phi\left(\varepsilon\sqrt{\frac{n}{pq}}\right), \text{ где } p = 0,775, q = 1 - p = 0,225, \varepsilon = ? \text{ (отклонение), } n = 200$$

- количество испытаний, $P = 0,8$ - вероятность. Φ - нормированная функция Лапласа (значения берем из таблицы).

Подставляем все:

$$P\left(\left|\frac{m}{n} - 0,775\right| \leq \varepsilon\right) = 2\Phi\left(\varepsilon\sqrt{\frac{200}{0,775 \cdot 0,225}}\right) = 0,8,$$

$$\Phi\left(\varepsilon\sqrt{\frac{200}{0,775 \cdot 0,225}}\right) = 0,4,$$

$$\varepsilon\sqrt{\frac{200}{0,775 \cdot 0,225}} = 1,28,$$

$$\varepsilon \approx 0,038.$$

Получаем границы для вероятности от $0,775 - 0,038 = 0,737$ до $0,775 + 0,038 = 0,813$.

Ответ: от 0,737 до 0,813.