

Готовая работа по теоретической механике

Статика

Равновесие тела под действием плоской системы сил

Условие задачи: К раме (рис. 1.6) приложены две сосредоточенные силы, распределенная нагрузка и пара сил с моментом $M = 40$ кН м. Значение сил, их точки приложения и участок на котором действует распределенная нагрузка, указаны в таблице 1. Расстояние $a = 1,5$ м. Считая, что система находится в равновесии определить реакции опор в трех случаях:

п.1: В точках А и В наложены связи, как указано на рис.

п.2: В точке В жесткая заделка.

п.3: Рама состоит из двух частей шарнирно скрепленных в точке С, в точках А и В связи в виде неподвижных шарнирных опор.

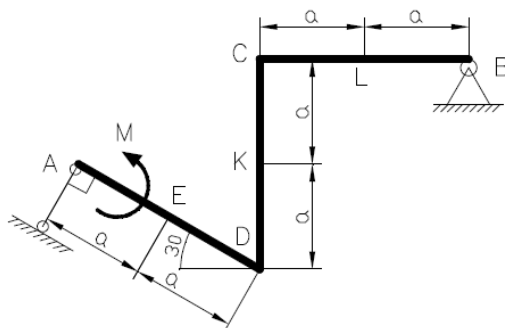


Рис. С1.6

Таблица 1.

№ п/п	Распределенная нагрузка q , кН/м				Сила F_1 , кН			Сила F_2 , кН		
	вид	значение	участок		значение	Точка прило- жения	угол	значение	Точка прило- жения	угол
			схемы 1-17	схемы 18-30						
8.		14	DC	AD	-17	Е	0	23	L	45

Примечания: 1. Если значение силы указано с положительным знаком, то ее следует прикладывать сверху вниз или слева направо, в зависимости от положения участка, и снизу вверх или справа налево, если значение силы дано с отрицательным знаком.
2. Угол следует отсчитывать от нормали к поверхности в данной точке, причем по ходу часовой стрелки, если значение угла дано с отрицательным знаком и против хода часовой стрелки, если значение угла дано с положительным знаком.

Решение

1. Изобразим схему в масштабе с указанием всех нагрузок

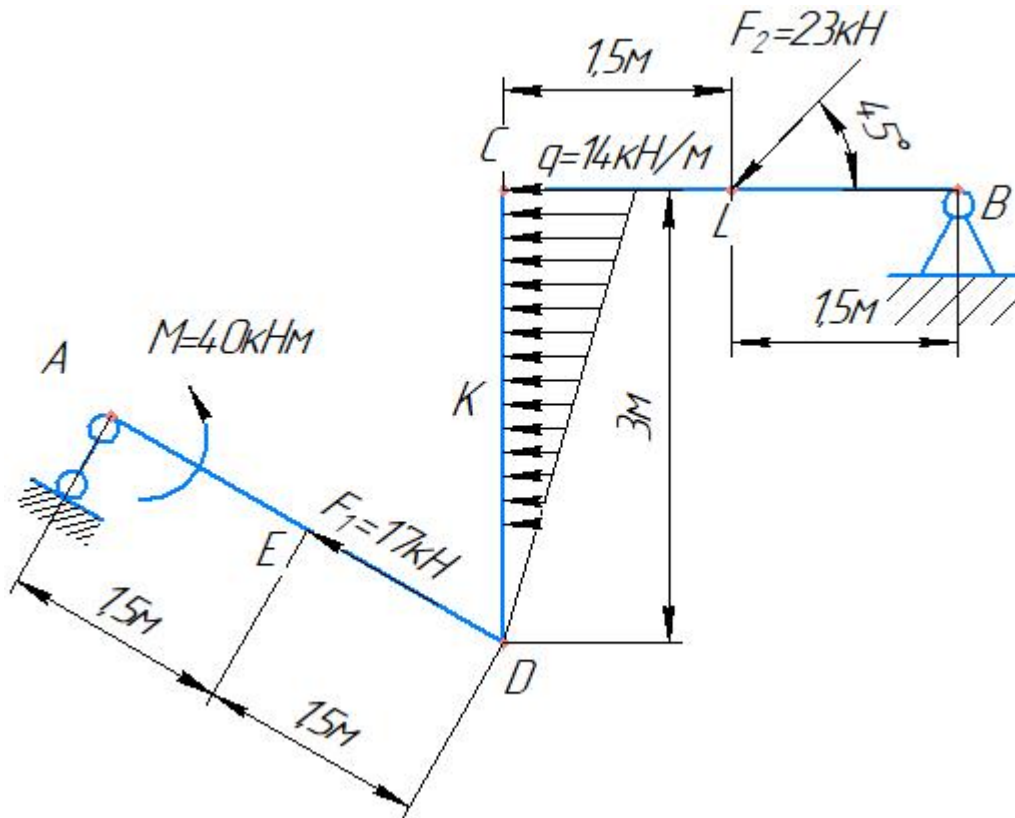


Рис.1

Отбросим опоры, в месте опор приложим соответствующие реакции

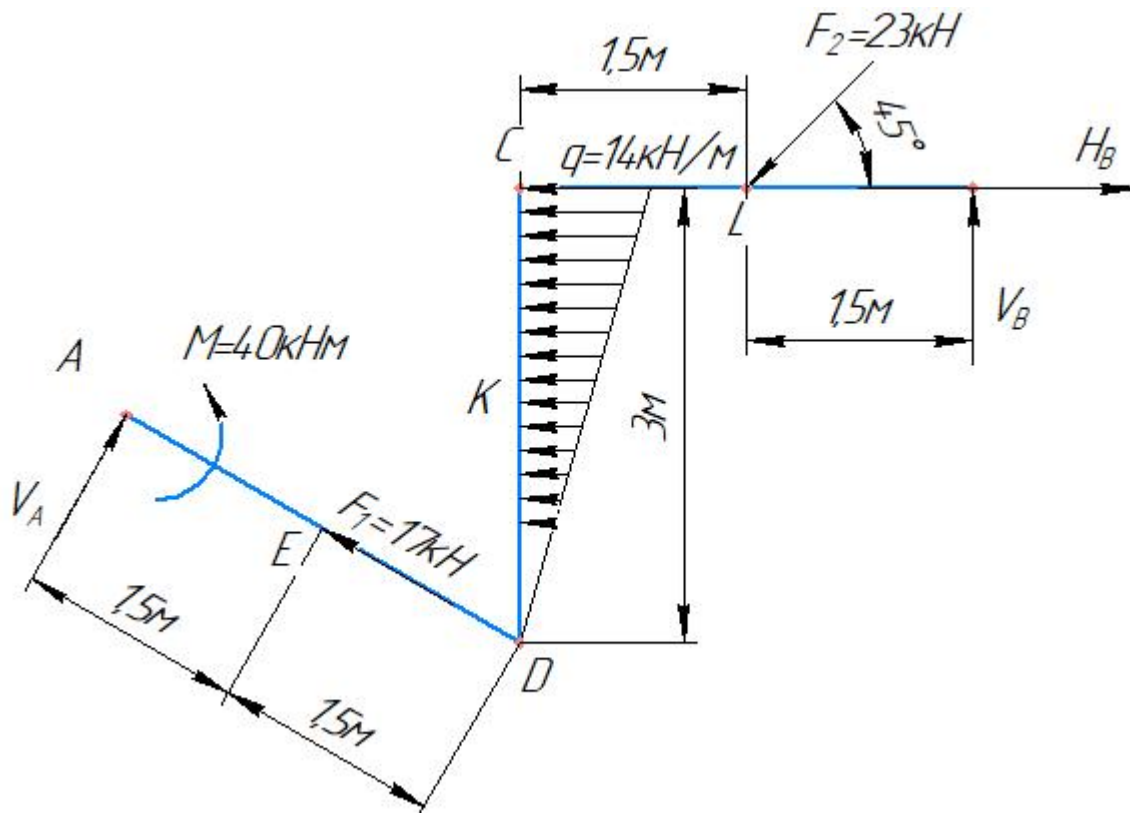


Рис.2

Составим уравнения равновесия для рамы

Сумма моментов всех сил вокруг точки В равна нулю

$$\Sigma M_B = M - q \cdot \frac{DC}{2} \cdot \frac{DC}{3} - V_A \cdot (CB \cdot \cos 30^\circ + AE) + F_2 \cdot LB \cdot \cos 45^\circ - F_1 \cdot (DC \cdot \cos 30^\circ + CB \cdot \sin 30^\circ) = 0 \quad (1.1)$$

Сумма моментов всех сил вокруг точки А равна нулю

$$\Sigma M_A = M + q \cdot \frac{DC}{2} \cdot \left(\frac{2 \cdot DC}{3} - AD \cdot \sin 30^\circ \right) - H_B \cdot (DC - AD \cdot \sin 30^\circ) + V_B \cdot (CB + AD \cdot \cos 30^\circ) - F_2 \cdot (AD \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 45^\circ) = 0 \quad (1.2)$$

Проекция всех сил на ось х равна нулю

$$\Sigma X = H_B - F_2 \cdot \cos 45^\circ - \frac{q}{2} \cdot DC - F_1 \cdot \cos 30^\circ + V_A \cdot \sin 30^\circ = 0 \quad (1.3)$$

Проекция всех сил на ось у равна нулю

$$\Sigma Y = V_B + V_A \cdot \cos 30^\circ + F_1 \cdot \sin 30^\circ - F_2 \cdot \sin 45^\circ = 0 \quad (1.4)$$

Из первого уравнения находим реакцию V_A

$$V_A = \frac{M - q \cdot \frac{DC}{2} \cdot \frac{DC}{3} + F_2 \cdot LB \cdot \cos 45^\circ - F_1 \cdot (DC \cdot \cos 30^\circ + CB \cdot \sin 30^\circ)}{CB \cdot \cos 30^\circ + AE}$$

$$V_A = \frac{40 - 14 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{3} + 23 \cdot 1,5 \cdot \cos 45^\circ - 17 \cdot (3 \cdot \cos 30^\circ + 3 \cdot \sin 30^\circ)}{3 \cdot \cos 30^\circ + 1,5} =$$

$$= -6,41 \text{ кН}$$

Реакция направлена в обратную сторону.

Из третьего уравнения определяем реакцию H_B

$$H_B = F_2 \cdot \cos 45^\circ + \frac{q}{2} \cdot DC + F_1 \cdot \cos 30^\circ - V_A \cdot \sin 30^\circ$$

$$H_B = 23 \cdot \cos 45^\circ + \frac{14}{2} \cdot 3 + 17 \cdot \cos 30^\circ - (-6,41) \cdot \sin 30^\circ = 55,19 \text{ кН}$$

Из четвертого уравнения определяем реакцию V_B

$$V_B = -V_A \cdot \cos 30^\circ - F_1 \cdot \sin 30^\circ + F_2 \cdot \sin 45^\circ$$

$$V_B = -(-6,41) \cdot \cos 30^\circ - 17 \cdot \sin 30^\circ + 23 \cdot \sin 45^\circ = 13,315 \text{ кН}$$

Подставив, найденные значения уравнение два выполним проверку расчетов

$$\Sigma M_A = 40 + 14 \cdot \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{2 \cdot 3}{3} - 3 \cdot \sin 30^\circ \right) - 55,19 \cdot (3 - 3 \cdot \sin 30^\circ) +$$

$$+ 13,315 \cdot (3 + 3 \cdot \cos 30^\circ) - 23 \cdot (3 \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 45^\circ) = 0$$

Значит расчеты выполнены верно.

2. Изобразим схему в масштабе с указанием всех нагрузок

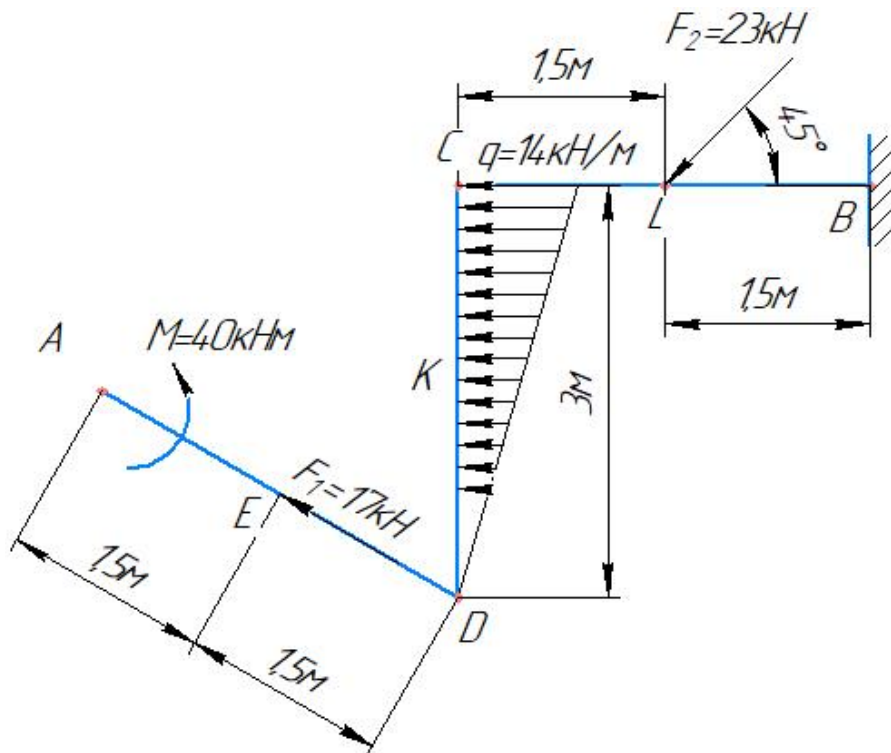


Рис.3

Отбросим опоры, в месте опор приложим соответствующие реакции

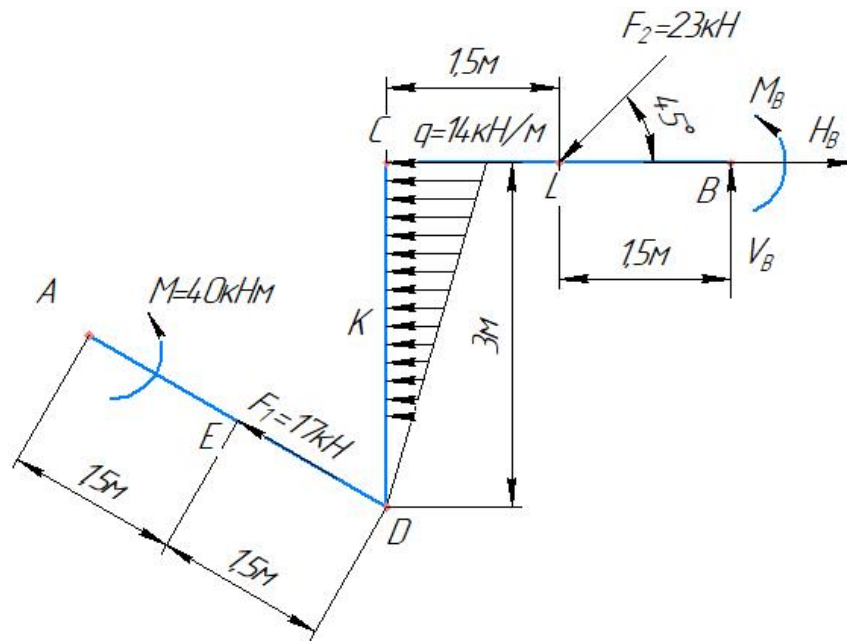


Рис.4

Составим уравнения равновесия для рамы

Сумма моментов всех сил вокруг точки В равна нулю

$$\Sigma \cdot M_B = M_A + M - q \cdot \frac{DC}{2} \cdot \frac{DC}{3} + F_2 \cdot LB \cdot \cos 45^\circ - F_1 \cdot (DC \cdot \cos 30^\circ + CB \cdot \sin 30^\circ) = 0 \quad (2.1)$$

Сумма моментов всех сил вокруг точки А равна нулю

$$\Sigma \cdot M_A = M_B + M + q \cdot \frac{DC}{2} \cdot \left(\frac{2 \cdot DC}{3} - AD \cdot \sin 30^\circ \right) - H_B \cdot (DC - AD \cdot \sin 30^\circ) + V_B \cdot (CB + AD \cdot \cos 30^\circ) - F_2 \cdot (AD \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 45^\circ) = 0 \quad (2.2)$$

Проекция всех сил на ось х равна нулю

$$\Sigma X = H_B - F_2 \cdot \cos 45^\circ - \frac{q}{2} \cdot DC - F_1 \cdot \cos 30^\circ = 0 \quad (2.3)$$

Проекция всех сил на ось у равна нулю

$$\Sigma Y = V_B + F_1 \cdot \sin 30^\circ - F_2 \cdot \sin 45^\circ = 0 \quad (2.4)$$

Из первого уравнения находим момент в защемлении M_B

$$M_B = -M + q \cdot \frac{DC}{2} \cdot \frac{DC}{3} - F_2 \cdot LB \cdot \cos 45^\circ + F_1 \cdot (DC \cdot \cos 30^\circ + CB \cdot \sin 30^\circ)$$

$$M_B = -40 + 14 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{3}{3} - 23 \cdot 1,5 \cdot \cos 45^\circ + 17 \cdot (3 \cdot \cos 30^\circ + 3 \cdot \sin 30^\circ)$$

$$= 26,27 \text{ кНм}$$

Из третьего уравнения определяем реакцию H_B

$$H_B = F_2 \cdot \cos 45^\circ + \frac{q}{2} \cdot DC + F_1 \cdot \cos 30^\circ - V_A \cdot \sin 30^\circ$$

$$H_B = 23 \cdot \cos 45^\circ + \frac{14}{2} \cdot 3 + 17 \cdot \cos 30^\circ = 51,99 \text{ кН}$$

Из четвертого уравнения определяем реакцию V_B

$$V_B = -F_1 \cdot \sin 30^\circ + F_2 \cdot \sin 45^\circ$$

$$V_B = -17 \cdot \sin 30^\circ + 23 \cdot \sin 45^\circ = 7,76 \text{ кН}$$

Подставив, найденные значения уравнение два выполним проверку расчетов

$$\Sigma M_A = 26,27 + 40 + 14 \cdot \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{2 \cdot 3}{3} - 3 \cdot \sin 30^\circ \right) - 55,19 \cdot (3 - 3 \cdot \sin 30^\circ) +$$

$$+ 13,315 \cdot (3 + 3 \cdot \cos 30^\circ) - 23 \cdot (3 \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 45^\circ) = 0$$

Значит расчеты выполнены верно.

3. Изобразим схему в масштабе с указанием всех нагрузок

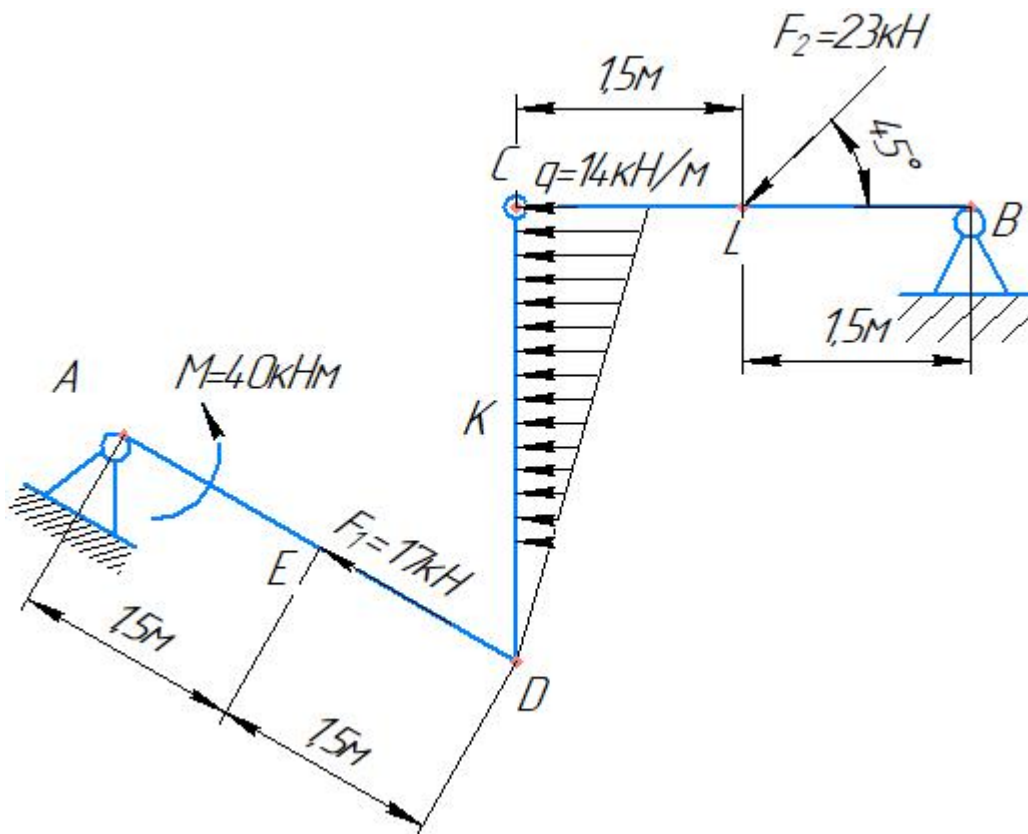


Рис.5

Отбросим опоры, в месте опор приложим соответствующие реакции

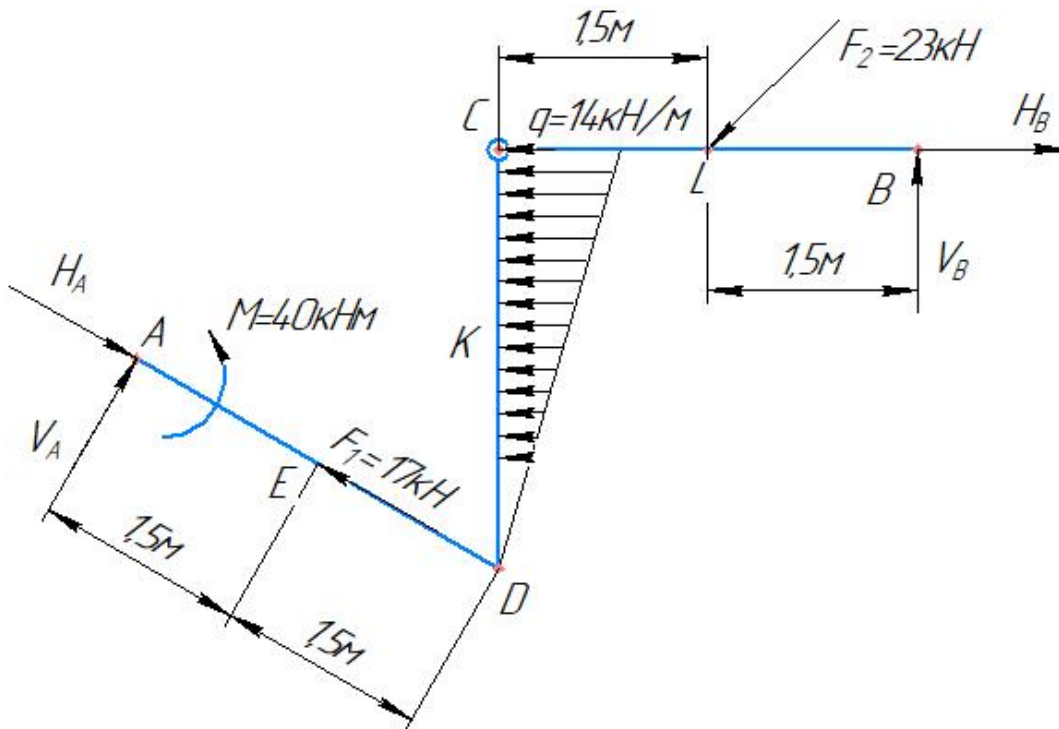


Рис.6

Разделим раму на две составляющие: AC и CB. В месте шарнира С приложим в каждой части уравновешивающие друг друга реакции (в общей конструкции).

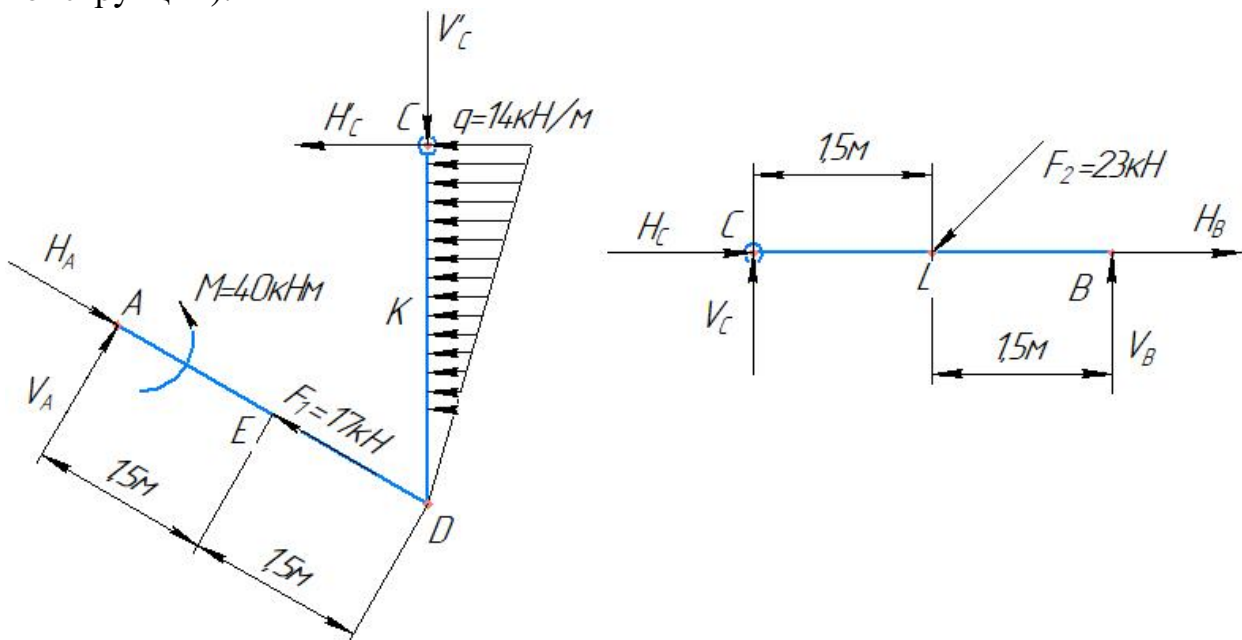


Рис.7

Составим уравнения равновесия для правой части рамы (участок CB)

Сумма моментов всех сил вокруг точки В равна нулю

$$\sum M_B = -V_C \cdot CB + F_2 \cdot LB \cdot \cos 45^\circ = 0 \quad (3.1)$$

Проекция всех сил на ось x равна нулю

$$\Sigma X = H_B + H_C - F_2 \cdot \cos 45^\circ = 0 \quad (3.2)$$

Проекция всех сил на ось у равна нулю

$$\Sigma Y = V_B + V_C - F_2 \cdot \sin 45^\circ = 0 \quad (3.3)$$

Составим уравнения равновесия для левой части рамы (участок АС)

Сумма моментов всех сил вокруг точки А равна нулю

$$\Sigma M_A = M + q \cdot \frac{DC}{2} \cdot \left(\frac{2 \cdot DC}{3} - AD \cdot \sin 30^\circ \right) + H'_C \cdot KC - V_C \cdot AD \cdot \cos 30^\circ = 0 \quad (3.4)$$

Проекция всех сил на ось х равна нулю

$$\Sigma X = H_A \cdot \sin 30^\circ - H'_C - \frac{q}{2} \cdot DC - F_1 \cdot \cos 30^\circ = 0 \quad (3.5)$$

Проекция всех сил на ось у равна нулю

$$\Sigma Y = V_A \cdot \cos 30^\circ - V'_C + F_1 \cdot \sin 30^\circ = 0 \quad (3.6)$$

Из первого уравнения находим реакцию V_C

$$V_C = \frac{F_2 \cdot LB \cdot \cos 45^\circ}{CB} = \frac{23 \cdot 1,5 \cdot \cos 45^\circ}{3} = 8,13 \text{ кН}$$

Из третьего уравнения находим реакцию V_B

$$V_B = F_2 \cdot \sin 45^\circ - V_C = 23 \cdot \sin 45^\circ - 8,13 = 8,13 \text{ кН}$$

Из четвертого уравнения находим реакцию H'_C

$$H'_C = \frac{M - q \cdot \frac{DC}{2} \cdot \left(\frac{2 \cdot DC}{3} - AD \cdot \sin 30^\circ \right) + V'_C \cdot AD \cdot \cos 30^\circ}{KC}$$

$$H'_C = \frac{40 - 14 \cdot \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{2 \cdot 3}{3} - 3 \cdot \sin 30^\circ \right) + 8,13 \cdot 3 \cdot \cos 30^\circ}{1,5} = 33,75 \text{ кН}$$

Из пятого уравнения находим реакцию H_A

$$H_A = \frac{H'_C + \frac{q}{2} \cdot DC + F_1 \cdot \cos 30^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{33,75 + \frac{14}{2} \cdot 3 + 17 \cdot \cos 30^\circ}{\sin 30^\circ} = 139,95 \text{ кН}$$

Из шестого уравнения находим реакцию V_A

$$V_A = \frac{V'_C - F_1 \cdot \sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{8,13 - 17 \cdot \sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = -0,43 \text{ кН}$$

Реакция направлена в обратную сторону от принятой первоначально.

Из второго уравнения находим реакцию H_B

$$H_B = -H_C + 23 \cdot \cos 45^\circ = -33,75 + 23 \cdot \cos 45^\circ = -17,49 \text{ кН}$$

Реакция направлена в обратную сторону от принятой первоначально.