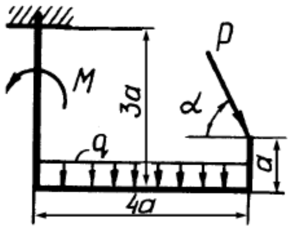
Решенная работа по теоретической механике

Задача 1. Равновесие твёрдого тела

Брус, ось которого ломаная линия, закреплен с помощью связей, как показано на рисунке, и находится в равновесии под действием с сосредоточенной силы P = 15 кН, пары сил с моментом M=20 кНм, равномерно распределённой нагрузки интенсивности q=4 кН/м. Определить реакции опор бруса, если угол $\alpha = 60^0$, размер a = 1 м. **Сделать проверку правильности решения.**



Дано: $P = 15Н,\ \ M = 20\ кН \cdot м,\ \ q = 4\dfrac{кН}{м},\ \alpha = 60^0$

Найти: X_A, Y_A, M_A.

Решение.

1. Рассмотрим равновесие бруса под действием приложенных к ней активных нагрузок: силы P, момента M, равнодействующей Q, равномерно распределенной нагрузки с интенсивностью q, приложенной в середине участка CB.

2. Освобождаем брус от связей (опор) и заменяем их действие на балку силами реакций $\overline{X}_A,\ \overline{Y}_A,\ M_A$.

3. Изображаем оси координат X и Y.

4. Составляем три уравнения равновесия для полученной плоской системы произвольно расположенных сил.

Неизвестны реакции связей $\overline{X}_A, \overline{Y}_A, M_A$.

$\overline{Q}$ – сосредоточенная сила, заменяющая действие распределенной вдоль отрезка CD нагрузки интенсивностью $\mathbf{q}$.

Величина $Q = q \cdot 4a = 4 \cdot 4 \cdot 1\dfrac{кН}{м} \cdot м = 16$ кН.

$\Sigma M_A(F_i) = -M_A - M + Q \cdot 2a - P\cos 60^\circ \cdot 2a + P\cos 30^\circ \cdot 4a = 0;$

$M_A = -M + Q \cdot 2a - P\cos 60^\circ \cdot 2a + P\cos 30^\circ \cdot 4a$

$M_A = -20 + 16 \cdot 2 - 15 \cdot 0,5 \cdot 2 + 15 \cdot 0,866 \cdot 4 = 48,96$ кН.

$\sum Y_i = Y_A - Q - P \cdot \cos 30^0 = 0$

$Y_A = Q + P \cdot \cos 30^0 = 16 + 15 \cdot 0,866 = 28,99$ кН.

$\sum X_i = X_A + P \cdot \cos 60^0 = 0$

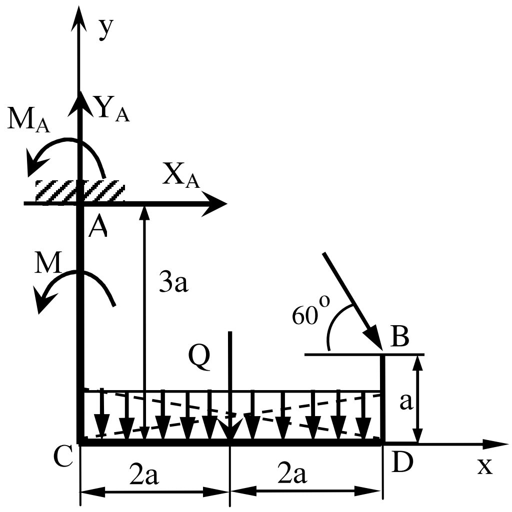
$X_A = -P \cdot \cos 60^0 = -15 \cdot 0,5 = -7,5$ кН.

Знак минус показывает, что действительное направление силы $\bar{X}_A$ обратно принятому нами направлению.

5. Проверяем правильность найденных результатов; для этого составляем уравнение моментов всех сил относительно точки В :

$\Sigma M_B(F_i) = -M_A - M - Q \cdot 2a + X_A \cdot 2a + Y_A \cdot 4a = -48,96 - 20 - 16 \cdot 2 - 7,5 \cdot 2 + 28,99 \cdot 4 \approx 0$

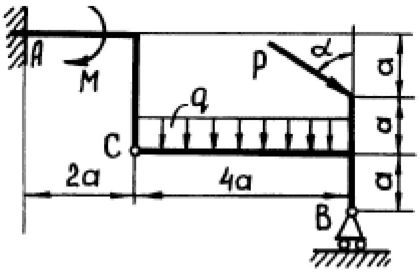
Условие равновесия выполняется, следовательно, реакции опор определены верно.



Ответ: $X_A = -7,5$ кН; $Y_A = 28,99$ кН; $M_A = 48,96$ кН · м.

Задача 2. Равновесие составной конструкции

Конструкция, состоящая из двух частей, находится в равновесии под действием сосредоточенной силы P=10 кН, пары сил с моментом M=25 кНм, равномерно распределенной нагрузки интенсивностью q=20кН/м. Определить реакции опор и взаимное давление частей друг на друга, если $\alpha = 45^0$, размер a = 1м. **Сделать проверку правильности решения.**



Дано: $P = 10кН,\ \ M = 25\ кН \cdot м,\ \ q = 20\dfrac{кН}{м},\ \ \alpha = 45^0, a = 1м$

Определить реакции опор в точках A и B и давление в промежуточном шарнире C.

Решение:

Рассмотрим равновесие всей конструкции (рис. 2.1).

К ней приложены:

активные силы $\overline{P}, \overline{Q}$, пара сил с моментом M, где

$Q = q \cdot 4a = 20 \cdot 4 = 80кН;$

силы реакции:

$\overline{X}_A,\ \overline{Y}_A, M_A$ – заменяют действие жесткого защемления;

$\overline{R}_B$ – заменяет действие шарнирно-подвижной опоры B.

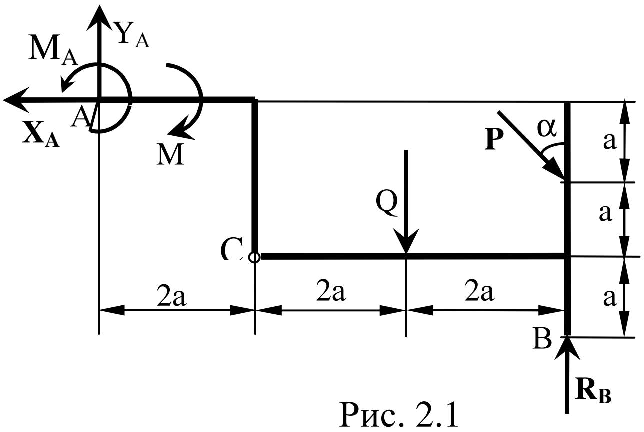


Рис. 2.1

Для полученной плоской произвольной системы сил можем составить три уравнения равновесия, а число неизвестных - четыре - $\overline{X}_A$, $\overline{Y}_A$, M_A, $\overline{R}_B$.

Чтобы задача стала статически определимой, конструкцию расчленяем по внутренней связи - шарниру С и получаем еще две расчетные схемы (рис. 2.2, рис. 2.3).

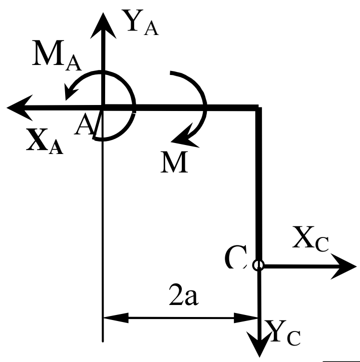
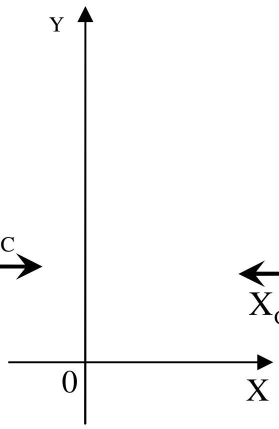


Рис. 2.2



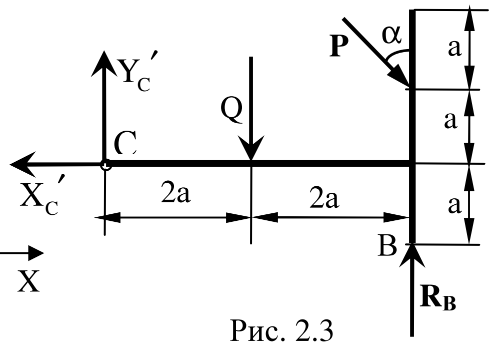


Рис. 2.3

$\mathbf{\overline{X}_C, \overline{Y}_C}$ заменяют действие тела АС на тело СВ, которое передается через шарнир С. Тело СВ передает свое действие на тело АС через тот же шарнир С, поэтому

$$\mathbf{\overline{X}'_C = -\overline{X}_C,\ \overline{Y}'_C = -\overline{Y}_C;\ X_C = X'_C,\ Y_C = Y'_C}.$$

Для трех расчетных схем в сумме можем составить девять уравнений равновесия, а число неизвестных - шесть - $\overline{X}_A$, $\overline{Y}_A$, M_A, $\overline{X}_C$, $\overline{Y}_C$, R_B, то есть задача стала статически определима. Для решения задачи используем рис. 2.2, 2.3, а рис. 2.1 оставим для проверки.

<u>Тело АС</u> <u>(рис. 2.2)</u>

1) $\sum F_{KX} = X_C - X_A = 0;$

2) $\sum F_{KY} = Y_A - Y_C = 0;$

3) $\sum M_A\left(\overline{F}_k\right) = -X_C \cdot 2a + Y_C \cdot 2a + M - M_A = 0$

<u>Тело СВ</u> <u>(рис. 2.3)</u>

4) $\sum M_C\left(\overline{F}_k\right) = -R_B \cdot 4a + Q \cdot 2a + P \cdot \cos\alpha \cdot 4a + P \cdot \sin\alpha \cdot a = 0$

5) $\sum M_B\left(\overline{F}_k\right) = -Q \cdot 2a + Y_C \cdot 4a - X_C \cdot a + P \cdot \sin\alpha \cdot a = 0$

6) $\sum F_{KX} = -X_C + P \cdot \sin\alpha = 0;$

Решаем систему шести уравнений с шестью неизвестными.

Из уравнения 4

$$R_B \cdot 4a = Q \cdot 2a + P \cdot \cos\alpha \cdot 4a + P \cdot \sin\alpha \cdot a$$

$$R_B \cdot 4 = Q \cdot 2 + P \cdot \cos\alpha \cdot 4 + P \cdot \sin\alpha$$

$$R_B \cdot 4 = 80 \cdot 2 + 10 \cdot \cos 45^0 \cdot 4 + 10 \cdot \sin 45^0 = 80 \cdot 2 + 10 \cdot 0,707 \cdot 4 + 10 \cdot 0,707 = 195,35$$

$$R_B = \frac{195,35}{4} = 48,84\,\text{кН}.$$

Из уравнения 6

$$X_C = P \cdot \sin\alpha = 10 \cdot \sin 45^0 = 10 \cdot 0,707 = 7,07\,\text{кН};$$

Из уравнения 5

$$Y_C \cdot 4a = Q \cdot 2a + X_C \cdot a - P \cdot \sin\alpha \cdot a$$
$$Y_C \cdot 4 = Q \cdot 2 + X_C - P \cdot \sin\alpha = 80 \cdot 2 + 7{,}07 - 10 \cdot \sin 45^0 = 160\,\text{кН}$$
$$Y_C = 40\,\text{кН}.$$

Из уравнения 1

$$X_A = X_C = 7{,}07\,\text{кН};$$

Из уравнения 2

$$Y_A = Y_C = 40\,\text{кН};$$

Из уравнения 3

$$M_A = -X_C \cdot 2a + Y_C \cdot 2a + M = -7{,}07 \cdot 2 + 40 \cdot 2 + 25 = 90{,}86\,\text{кН}.$$

Проверка:

$$\sum M_C(F_k) = -M_A + M + Y_A \cdot 2a + Q \cdot 2a + P \cdot \sin\alpha \cdot a + P \cdot \cos\alpha \cdot 4a - R_B \cdot 4a =$$
$$= -90{,}86 + 25 + 40 \cdot 2 + 80 \cdot 2 - 10 \cdot 0{,}707 \cdot 1 + 10 \cdot 0{,}707 \cdot 4 - 48{,}84 \cdot 4 \approx 0$$

Реакции внешних опор в точках A и B найдены верно. Давление в шарнире C вычисляем по формуле

$$N_C = \sqrt{X_C^2 + Y_C^2} = \sqrt{7{,}07^2 + 40^2} = 40{,}62\,\text{кН}.$$

Ответ: $X_A = 7{,}07\,\text{кН}$; $Y_A = 40\,\text{кН}$; $M_A = 90{,}86$ кН·м; $N_C = 40{,}62$ кН.