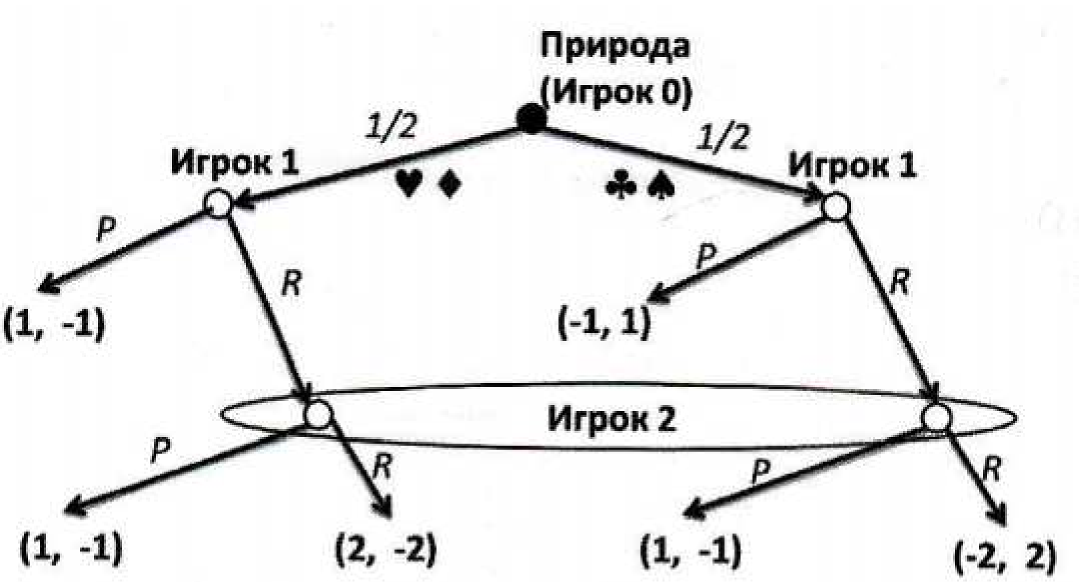
Решение контрольной работы по теории игр

Задача 1 (мини-покер).

Найдите все равновесия в чистых и смешанных стратегиях в игре в мини-покер

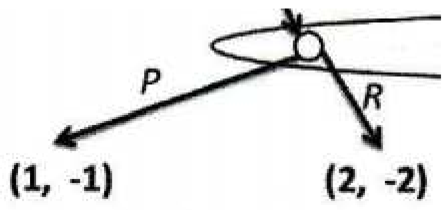


Решение.

Находим равновесия Нэша в чистых стратегиях.

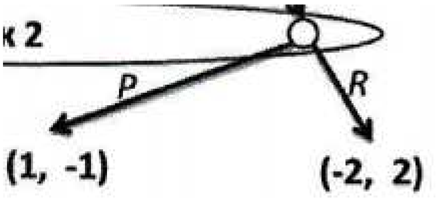
Равновесие Нэша – положение в игре, когда ни одному из игроков не выгодно менять стратегию в одностороннем порядке.

Второй игрок в данной подыгре



выберет – пасовать, так как в данном случае его проигрыш меньше (-1>-2).

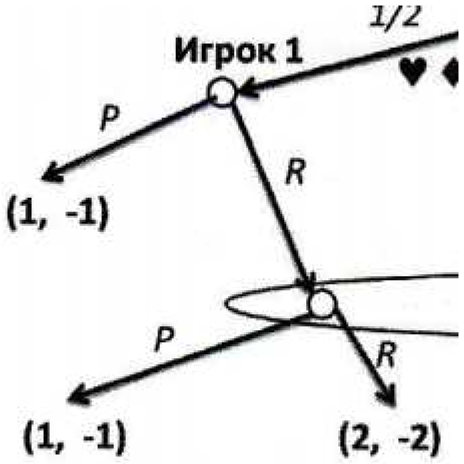
В данной подыгре



второй игрок поднимет ставку, так как его выигрыш в данном случае больше (2>-1).

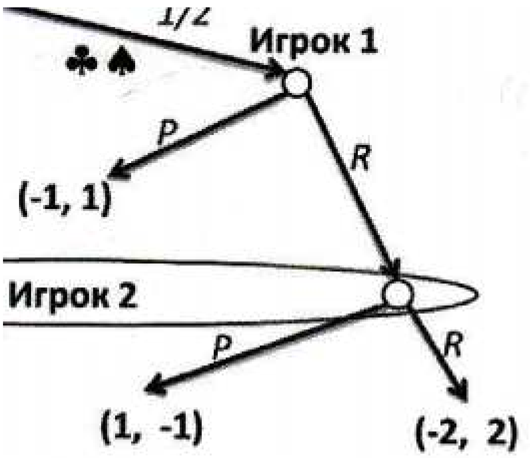
Далее по первому игроку.

В данной подыгре



ему все равно как ходить, так как в обоих случаях он приходит к (1,-1).

В данной подыгре



ему выгоднее спасовать, так как если он поднимет ставку, то проигрыш будет больше (-1>-2).

Игровая матрицы подыгры «красная масть»

1 игрок \ 2 игрок	Пасует	Повышает
Пасует	(1,-1)	(1,-1)
Повышает	(1,-1)	(2,-2)

Здесь 2 равновесия Нэша (в чистых стратегиях) – второй игрок всегда пасует

Игровая матрицы подыгры «черная масть»

1 игрок \ 2 игрок	Пасует	Повышает
Пасует	(-1,1)	(-1,1)
Повышает	(1,-1)	(-2,2)

Здесь 1 равновесие Нэша – 1 игрок пасует, 2 – повышает.

Поскольку для подыгр равновесия не совпадают, в целом по игре равновесия Нэша – нет.

Если учесть, что вероятности выпадений красное-черное = 0,5, то соединяем матрицы в одну.

1 игрок \ 2 игрок	Пасует	Повышает
Пасует	((1-1)/2;(-1+1)/2)	((1-1)/2;(-1+1)/2)
Повышает	((1+1)/2;(-1-1)/2)	((2-2)/2;(-2+2)/2)

1 игрок \ 2 игрок	Пасует	Повышает
Пасует	(0;0)	(0;0)
Повышает	(1;-1)	(0;0)

с учетом заданных вероятностей природы второй игрок будет повышать, первому игроку все равно, пасовать или повышать, ожидаемый выигрыш обоих игроков = 0.

Далее полагаем, p – вероятность пасования 1-м игроком, q – вероятность пасования вторым игроком.

Тогда.

Игровая матрицы подыгры «красная масть»

при p>2/3 q>2/3

1 игрок \ 2 игрок	Пасует	Повышает
Пасует	(p,-q)	(p,q-1)
Повышает	(1-p,-q)	(2(1-p),2(q-1))

при 1/2>p>2/3 1/2>q>2/3

1 игрок \ 2 игрок	Пасует	Повышает
Пасует	(p,-q)	(p,q-1)
Повышает	(1-p,-q)	(2(1-p),2(q-1))

при 0>p>1/2 0>q>1/2

1 игрок \ 2 игрок	Пасует	Повышает
Пасует	(p,-q)	(p,q-1)
Повышает	(1-p,-q)	(2(1-p),2(q-1))

В подыгре «красная масть» равновесие Нэша в смешанных стратегиях будет существовать всегда кроме 1/2>p>2/3 1/2>q>2/3

Игровая матрицы подыгры «черная масть»

при p>2/3 q>2/3

1 игрок \ 2 игрок	Пасует	Повышает
Пасует	(-p,q)	(-p,1-q)
Повышает	(1-p,-q)	(2(p-1),2(1-q))

при 1/2>p>2/3 1/2>q>2/3

1 игрок \ 2 игрок	Пасует	Повышает
Пасует	(-p,q)	(-p,1-q)
Повышает	(1-p,-q)	(2(p-1),2(1-q))

при 0>p>1/2 0>q>1/2

1 игрок \ 2 игрок	Пасует	Повышает
Пасует	(-p,q)	(-p,q)
Повышает	(1-p,-q)	(2(p-1),2(1-q))

В подыгре «красная масть» равновесие Нэша в смешанных стратегиях будет существовать всегда кроме 1/2>p>2/3 1/2>q>2/3.

Если учесть, что вероятности выпадений красное-черное = 0,5, то соединяем матрицы в одну.

1 игрок \ 2 игрок	Пасует	Повышает
Пасует	(0;0)	(0;0)
Повышает	(1-p;-q)	(0;0)

при любых смешанных стратегиях, с учетом заданных вероятностей природы второй игрок будет повышать, первому игроку все равно, пасовать или повышать, ожидаемый выигрыш обоих игроков = 0.

Слабое секвенциальное равновесие.

Тут у игроков помимо стратегий есть ожидание (вера), того, как поступит противник.

Положим, он верит, что игрок «природа» реализует стратегию «красная масть», если первый игрок поднял ставку, ему надо пасовать.

Положим, он верит, что игрок «природа» реализует стратегию «черная масть», если первый игрок поднял ставку, ему надо также повышать.

Тут равновесия в чистых стратегиях.

Сильное секвенциальное равновесие.

Тут вера второго игрока должна сильно согласовываться с впадением карт и поведением первого игрока.

Если первый игрок поднял ставку, значит у него красная масть (с вероятностью 1*1/2+1/2*1/2 = ¾) и надо пасовать.

То есть тут второй игрок спасует.

Задача 2 (спички).

Два игрока, Анна (А) и Борис (В) поочередно берут спички из кучки. За один ход можно взять 1, 2 или 3 спички. Игрок, взявший последнюю спичку, проигрывает. Первой ходит Анна. Предположим, в кучке 6 спичек.

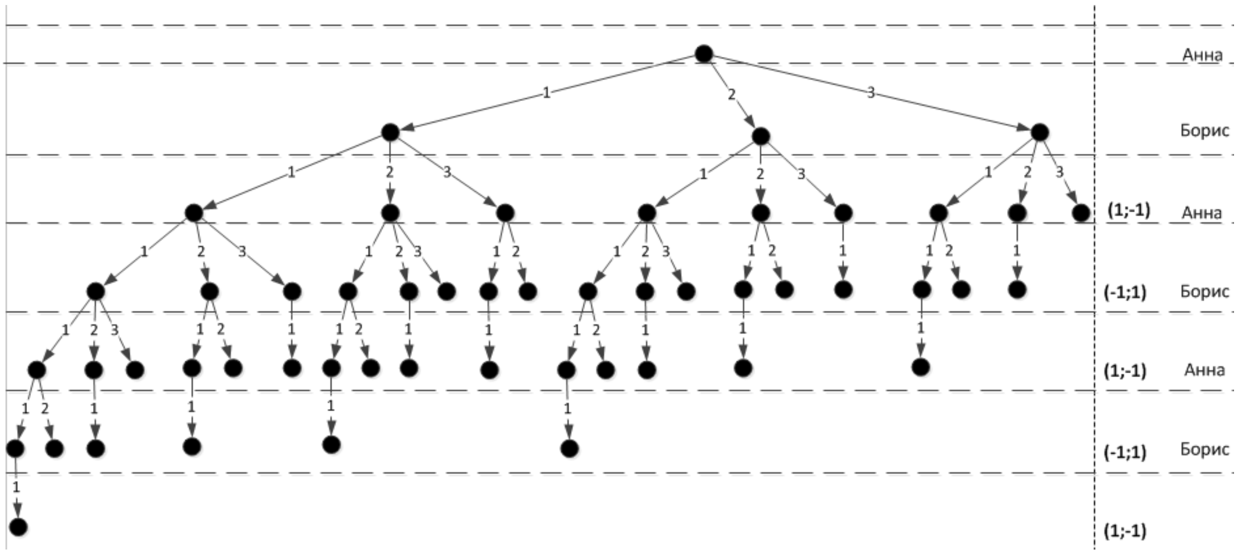
1. Нарисуйте дерево игры.

2. Найдите все решения игры, которые могут быть получены методом обратной индукции.

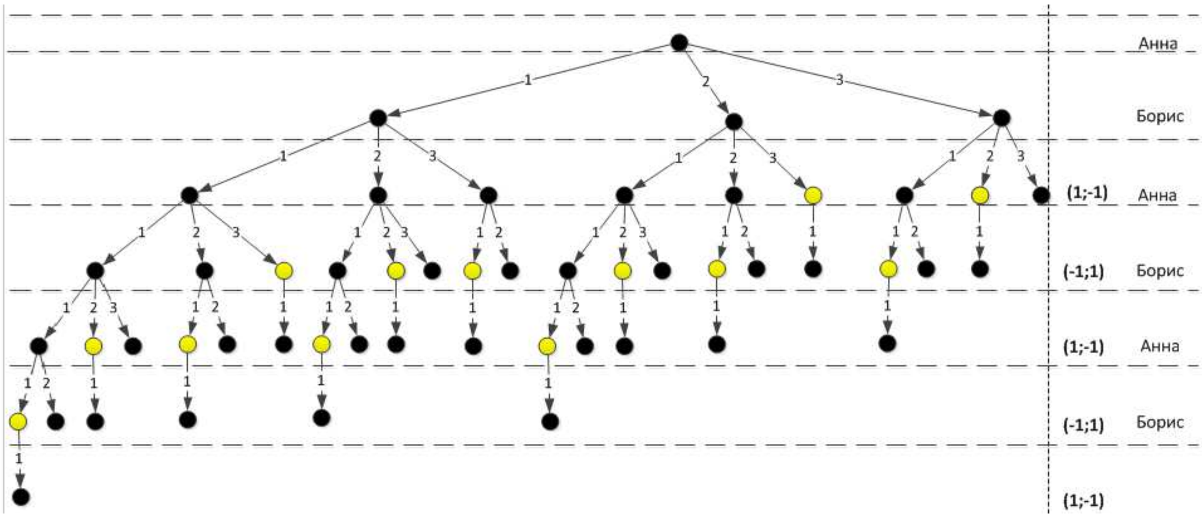
3. Пусть теперь в кучке N > 0 спичек. Найдите все совершенные по подыграм равновесия методом обратной индукции.

Решение.

1. Дерево игры.

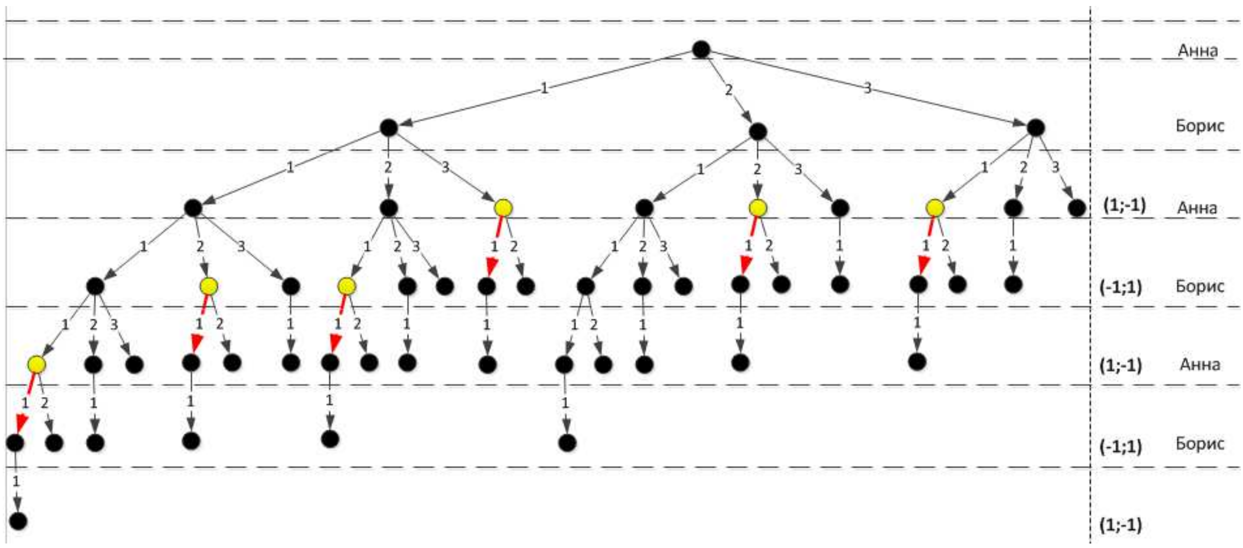


2. Начинаем с конца – если осталось 1 спичка, это проигрыш.

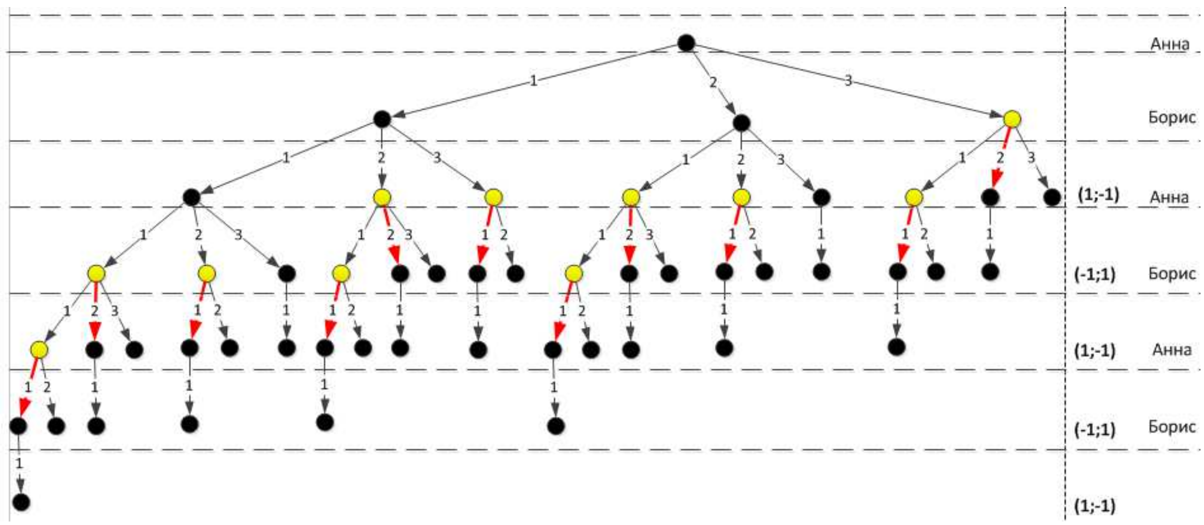


Игрок вытягивает единственную, последнюю и проигрывает.

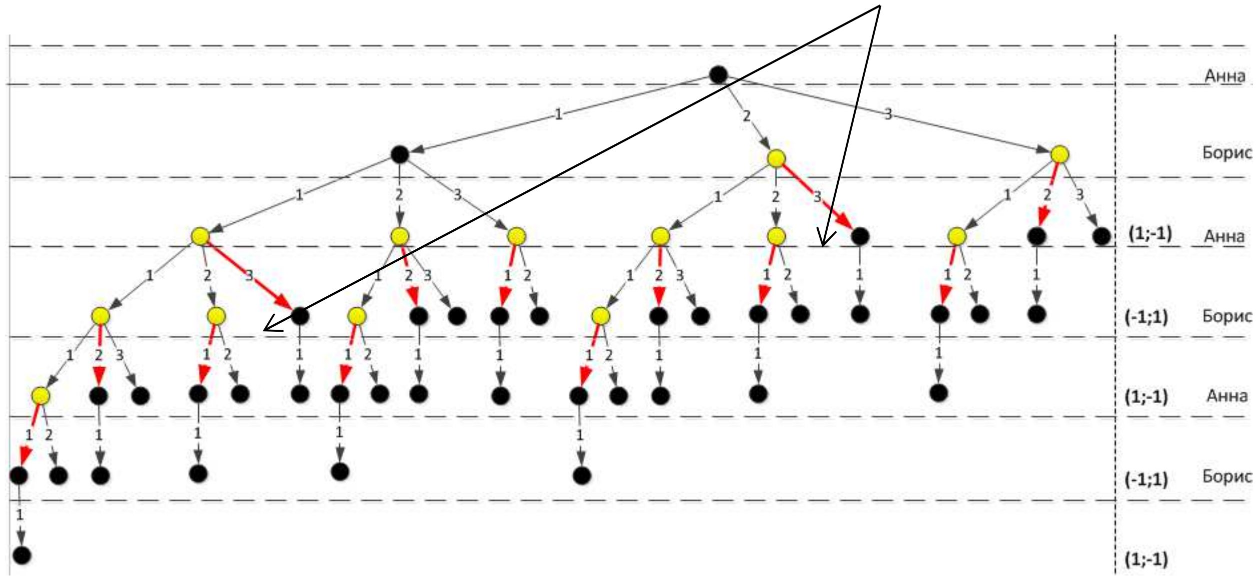
Если осталось 2 спички, то нужно вытянуть 1, 2-1=1 останется, ее вытащит противник и проиграет.



Если осталось 3 спички, то нужно вытянуть 2, 3-2=1 останется, ее вытащит противник и проиграет.



Если осталось 4 спички, то нужно вытянуть 3, 4-3=1 останется, ее вытащит противник и проиграет.



Если осталось 5 спичек, то сколько бы ты спичек не вытащила, это проигрыш

если ты вытаскиваешь одну, противник вытаскивает 3, тебе остается последняя

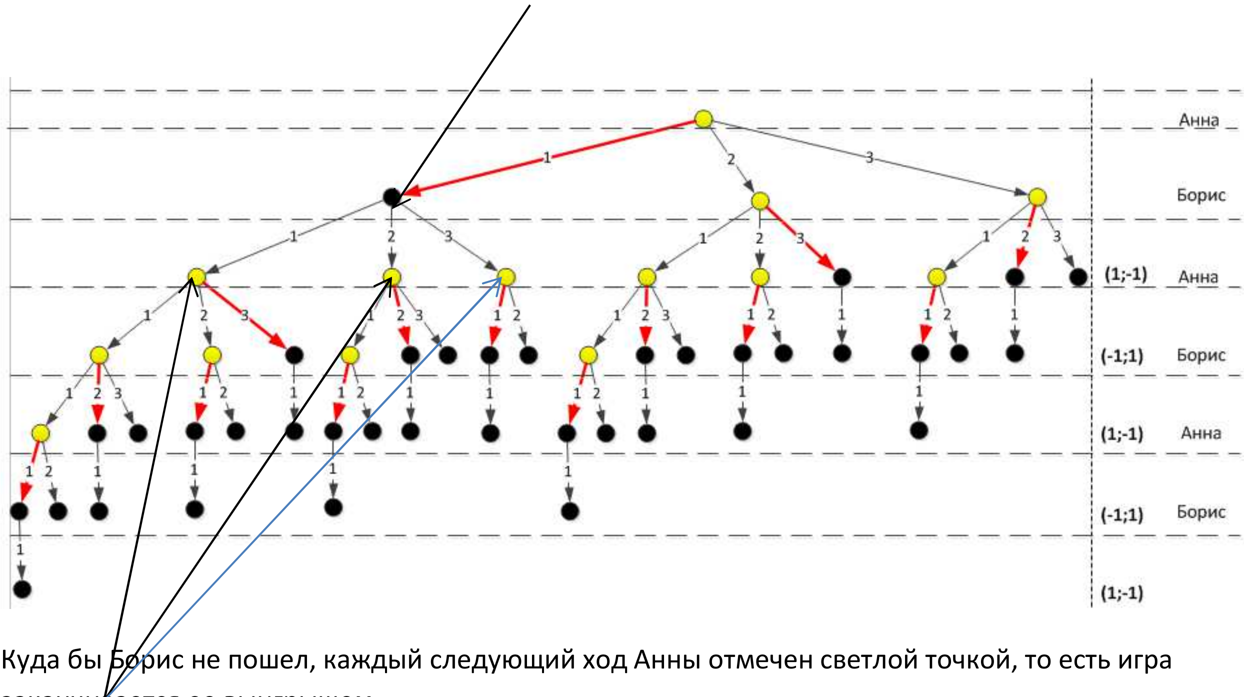
если ты вытаскиваешь 2, противник вытаскивает 2, тебе остается последняя

если ты вытаскиваешь 3, противник вытаскивает 1, тебе остается последняя

То есть нельзя допускать, чтобы оставалось 5 спичек.

Если осталось 6 спичек (начало игры), то нужно достать одну, останется 5, а для противника это проигрыш.

На графе это показано так – в начале игры выбираем 1, Борису все равно как ходить, его точка темная, оптимальных стратегий нет.



Куда бы Борис не пошел, каждый следующий ход Анны отмечен светлой точкой, то есть игра заканчивается ее выигрышем.

3. Пусть теперь в кучке N > 0 спичек.

Начинаем в конца.

Если осталось 1 спичка, это проигрыш.

Если осталось 2 спички, то нужно вытянуть 1, 2-1=1 останется, ее вытащит противник и проиграет.

Если осталось 3 спички, то нужно вытянуть 2, 3-2=1 останется, ее вытащит противник и проиграет.

Если осталось 4 спички, то нужно вытянуть 3, 4-3=1 останется, ее вытащит противник и проиграет

Если осталось 5 спичек это проигрыш.

Если осталось 6 спичек, то нужно достать одну, останется 5, а для противника это проигрыш.

Если осталось 7 спичек, то нужно достать 2, останется 5, а для противника это проигрыш.

Если осталось 8 спичек, то нужно достать 3, останется 5, а для противника это проигрыш.

Если осталось 9 спичек это проигрыш.

и так далее.

Обобщаем.

Если осталось 1, 5, 9, 13, то есть если (n-1) кратно 4, это проигрыш.

Если осталось 2, 6, 10, 14, то есть если (n-2) кратно 4, то нужно достать одну спичку.

Если осталось 3, 7, 11, 15, то есть если (n-3) кратно 4, то нужно достать 2 спички.

Если осталось 4, 8, 12, 6 то есть если n кратно 4, то нужно достать 3 спички.

Задача 3 (валенки в Париже).

Иван и Мария продают валенки в Париже. Они образуют дуополию Курно: $P = a - q_I - q_M$, где q_I и q_M обозначают объем поставок Ивана и Марии. Перед тем, как происходит конкуренция, каждый из игроков может провести рекламную кампанию: Иван и Мария одновременно выбирают объем рекламы a_I и a_M. Реклама влияет на спрос: $a = a_0 + a_I + a_M$, где a_0 - константа. Издержки на рекламу равны a^2_I и a^2_M соответственно. Игрок наблюдает выбранный конкурентом уровень рекламы перед стадией конкуренции по Курно. Найдите совершенное по подыграм равновесие Нэша.

Решение.

На первом этапе игроки определяют, проводить ли рекламу и в каком объеме, на втором этапе – определяют объем выпуска.

Строим матрицу спроса (a).

Иван \ Мария	Проводит рекламу	Не проводит
Проводит рекламу	$a_0 + a_I + a_M$	$a_0 + a_I$
Не проводит	$a_0 + a_M$	a_0

q_I и q_M - объем поставок Ивана и Марии

$P = a - q_I - q_M$ - цена

Строим матрицу цены (P).

Иван \ Мария	Проводит рекламу	Не проводит
Проводит рекламу	$a_0 + a_I + a_M - q_I - q_M$	$a_0 + a_I - q_I - q_M$
Не проводит	$a_0 + a_M - q_I - q_M$	$a_0 - q_I - q_M$

Строим матрицу прибыли для Ивана.

Иван \ Мария	Проводит рекламу	Не проводит

Проводит рекламу	$q_I\left(a_0+a_I+a_M-q_I-q_M\right)-a^2{}_I$	$q_I\left(a_0+a_I-q_I-q_M\right)-a^2{}_I$
Не проводит	$q_I\left(a_0+a_M-q_I-q_M\right)$	$q_I\left(a_0-q_I-q_M\right)$

Сравниваем прибыли для случая, если Мария проводит рекламу

Иван \ Мария	Проводит рекламу
Проводит рекламу	$q_I\left(a_0+a_I+a_M-q_I-q_M\right)-a^2{}_I$
Не проводит	$q_I\left(a_0+a_M-q_I-q_M\right)$

Иван \ Мария	Проводит рекламу
Проводит рекламу	$q_I\left(a_0+a_M-q_I-q_M\right)+q_Ia_I-a^2{}_I$
Не проводит	$q_I\left(a_0+a_M-q_I-q_M\right)$

Иван \ Мария	Проводит рекламу
Проводит рекламу	$a_I\left(q_I-a_I\right)$
Не проводит	0

Если Мария проводит рекламу, то Ивану выгоднее проводить рекламу, если $q_I-a_I>0$, то есть если объем поставок выше объема рекламы.

Сравниваем прибыли для случая, если Мария не проводит рекламу

Иван \ Мария	Не проводит

Проводит рекламу	$q_I\left(a_0+a_I-q_I-q_M\right)-a^2{}_I$
Не проводит	$q_I\left(a_0-q_I-q_M\right)$

Иван \ Мария	Не проводит
Проводит рекламу	$q_I\left(a_0-q_I-q_M\right)+q_Ia_I-a^2{}_I$
Не проводит	$q_I\left(a_0-q_I-q_M\right)$

Иван \ Мария	Проводит рекламу
Проводит рекламу	$a_I\left(q_I-a_I\right)$
Не проводит	0

То есть в любом случае Ивану выгоднее проводить рекламу, если $q_I-a_I>0$, то есть если объем поставок выше объема рекламы.

Далее, определим, в каком объеме проводить рекламу

входные переменные - a_I и a_M

максимизируемая функция: $q_I\left(a_0+a_I+a_M-q_I-q_M\right)-a^2{}_I$

$$\frac{df}{da_I}=q_I-2a_I=0\Rightarrow q_I=2a_I$$

то есть максимизируя прибыль, каждый игрок должен следовать сооношению $q=2a$

Сравним прибыль Ивана.

с рекламой:

$$q_I\left(a_0+a_I+a_M-q_I-q_M\right)-a^2{}_I=q_I\left(a_0+\frac{q_I}{2}+a_M-q_I-q_M\right)-\left(\frac{q_I}{2}\right)^2=$$

$$=q_I\left(a_0+a_M-q_I-q_M\right)+\frac{q^2{}_I}{2}-\frac{q^2{}_I}{4}=q_I\left(a_0+a_M-q_I-q_M\right)+\frac{q^2{}_I}{4}$$

без рекламы: $q_I\left(a_0+a_M-q_I-q_M\right)$

разница - $\frac{q^2{}_I}{4}$ - реклама нужна, с ней прибыль больше

Для Марии все аналогично – реклама нужна, при этом нужно следовать соотношению $q_M = 2a_M$

Задача 4.

Два агента одновременно решают платить ли им за общественное благо. Если хотя бы один агент заплатит, благо будет произведено и оба получат от него полезность 4. Если же оба не будут платить, то благо произведено не будет (полезность агентов будет 0). У каждого агента есть своя персонифицированная цена c = (0,4) (можно, например, считать, что это не плата за благо, а индивидуальные издержки его производства; можно также считать, что у игроков разная предельная полезность денег). Таким образом, матрица платежей имеет следующий вид:

		Игрок 2: *Заплатить*	Игрок 2: *Не платить*
Игрок 1	*Заплатить*	$4-c_1, 4-c_2$	$4-c_1, 4$
	Не платить	$4, 4-c_2$	$0, 0$

1. Пусть издержки обоих игроков - общее знание. Найдите все равновесия Нэша в чистых и смешанных стратегиях.

2. Пусть теперь у каждого игрока i издержки могут быть высокими, c = 3, с вероятностью p и низкими, c = 1, с вероятностью 1 - p. Издержки игроков распределены независимо.

a. Покажите, что $\forall p \in \left[\frac{1}{4} \quad \frac{3}{4}\right]$ существует симметричное равновесие Байеса-Нэша, в котором каждый игрок оплачивает общественное благо в случае, если его издержки низкие, и не оплачивает иначе.

b. Найдите симметричные равновесия Байеса-Нэша для значений $p \notin \left[\frac{1}{4} \quad \frac{3}{4}\right]$

c. Существуют ли в этой игре асимметричные равновесия при некоторых значениях p?

3. Пусть теперь издержки двух игроков коррелированы:

$$Pr\{c_1 = 1, c_2 = 1\} = Pr\{c_1 = 3, c_2 = 3\} = \frac{\alpha}{2}$$

$$Pr\{c_1 = 1, c_2 = 3\} = Pr\{c_1 = 3, c_2 = 1\} = \frac{1-\alpha}{2}$$

При каких значениях α существует симметричное равновесие, в котором каждый игрок покупает общественное благо, если его издержки низкие, и не покупает иначе? Как вероятность того, что общественное благо будет произведено в равновесии, зависит от α?

Решение.

1. В чистых стратегиях равновесие Нэша – если один платит, то второй будет стремится не платить.

1 игрок \ 2 игрок	Платить	Не платить
Платить	$(4-c_1 \quad 4-c_2)$	$(4-c_1 \quad 4)$
Не платить	$(4 \quad 4-c_2)$	$(0 \quad 0)$

В смешанных стратегиях:

p - вероятность, что 1-й игрок заплатит

q - вероятность, что 2-й игрок заплатит

При p<0.5 q<0.5

1 игрок \ 2 игрок	Платить	Не платить
Платить	$(p(4-c_1) \quad q(4-c_2))$	$(p(4-c_1) \quad 4(1-q))$
Не платить	$((1-p)4 \quad q(4-c_2))$	$(0 \quad 0)$

При p<0.5 q>0.5

1 игрок \ 2 игрок	Платить	Не платить
Платить	$(p(4-c_1) \quad q(4-c_2))$	$(p(4-c_1) \quad 4(1-q))$
Не платить	$((1-p)4 \quad q(4-c_2))$	$(0 \quad 0)$

При p>0.5 q<0.5

1 игрок \ 2 игрок	Платить	Не платить
Платить	$\left(p(4-c_1) \quad q(4-c_2)\right)$	$\left(p(4-c_1) \quad 4(1-q)\right)$
Не платить	$\left((1-p)4 \quad q(4-c_2)\right)$	$\left(0 \quad 0\right)$

При p>0.5 q>0.5

1 игрок \ 2 игрок	Платить	Не платить
Платить	$\left(p(4-c_1) \quad q(4-c_2)\right)$	$\left(p(4-c_1) \quad 4(1-q)\right)$
Не платить	$\left((1-p)4 \quad q(4-c_2)\right)$	$\left(0 \quad 0\right)$

Равновесие в смешанных стратегиях существует при любых вероятностях, и каждый раз комбинация стратегий – разная.

2. Пусть теперь у каждого игрока i издержки могут быть высокими, c = 3, с вероятностью p и низкими, c = 1, с вероятностью 1 - p. Издержки игроков распределены независимо.

Ожидаемые издержки: $c = 3p + 1(1-p) = 2p + 1$

1 игрок \ 2 игрок	Платить	Не платить
Платить	$\left(4-(2p_1+1) \quad 4-(2p_2+1)\right)$	$\left(4-(2p_1+1) \quad 4\right)$
Не платить	$\left(4 \quad 4-(2p_2+1)\right)$	$\left(0 \quad 0\right)$

1 игрок \ 2 игрок	Платить	Не платить
Платить	$\left(3-2p_1 \quad 3-2p_2\right)$	$\left(3-2p_2 \quad 4\right)$
Не платить	$\left(4 \quad 3-2p_2\right)$	$\left(0 \quad 0\right)$

если p=1 (издержки точно высокие)

1 игрок \ 2 игрок	Платить	Не платить
Платить	$(1 \quad 1)$	$(1 \quad 4)$
Не платить	$(4 \quad 1)$	$(0 \quad 0)$

если p=0 (издержки точно высокие)

1 игрок \ 2 игрок	Платить	Не платить
Платить	$(3 \quad 3)$	$(3 \quad 4)$
Не платить	$(4 \quad 3)$	$(0 \quad 0)$

a. Покажите, что $\forall p \in \left[\frac{1}{4} \quad \frac{3}{4}\right]$ существует симметричное равновесие Байеса-Нэша, в котором каждый игрок оплачивает общественное благо в случае, если его издержки низкие, и не оплачивает иначе.

Построим матрицы для p=1/4 и 3/4

если p=1/4 (издержки на 25% высокие)

1 игрок \ 2 игрок	Платить	Не платить
Платить	$(2{,}5 \quad 2{,}5)$	$(2{,}5 \quad 4)$
Не платить	$(4 \quad 2{,}5)$	$(0 \quad 0)$

если p=2/4 (издержки на 75% высокие)

1 игрок \ 2 игрок	Платить	Не платить
Платить	$(1{,}5 \quad 1{,}5)$	$(1{,}5 \quad 4)$
Не платить	$(4 \quad 1{,}5)$	$(0 \quad 0)$

найдем равновесие в смешанных стратегиях в данных играх

В смешанных стратегиях:

p - вероятность, что 1-й игрок заплатит

q - вероятность, что 2-й игрок заплатит

При p<0.727 q<0.727

1 игрок \ 2 игрок	Платить	Не платить
Платить	$(1{,}5p \quad 1{,}5q)$	$(1{,}5p \quad 4(1-q))$
Не платить	$((1-p)4 \quad 1{,}5q)$	$(0 \quad 0)$

При p<0.727 q>0.727

1 игрок \ 2 игрок	Платить	Не платить
Платить	$(1{,}5p \quad 1{,}5q)$	$(1{,}5p \quad 4(1-q))$
Не платить	$((1-p)4 \quad 1{,}5q)$	$(0 \quad 0)$

При p>0.727 q<0.727

1 игрок \ 2 игрок	Платить	Не платить
Платить	$(1{,}5p \quad 1{,}5q)$	$(1{,}5p \quad 4(1-q))$
Не платить	$((1-p)4 \quad 1{,}5q)$	$(0 \quad 0)$

При p>0.727 q>0.727

1 игрок \ 2 игрок	Платить	Не платить
Платить	$(1{,}5p \quad 1{,}5q)$	$(1{,}5p \quad 4(1-q))$
Не платить	$((1-p)4 \quad 1{,}5q)$	$(0 \quad 0)$

то есть оба будут платить и это будет равновесием (при вероятности что издержки на 75% высокие), если игрок уверен, более чем на 4/(4+1,5) → 72,7%, что второй игрок заплатит.

Если издержки на 25% высокие, то таким пороговым значением будет 4/(4+2,5) → 61,54%

то есть оба будут платить и это будет равновесием (при вероятности что издержки на 25% высокие), если игрок уверен, более чем на 61,54%, что второй игрок заплатит.

то есть, обобщая для $\forall p \in \left[\frac{1}{4} \quad \frac{3}{4}\right]$ - оба будут платить и это будет равновесием, если игрок уверен (от 61,54% до 72,7%), что второй игрок заплатит.

b. симметричные равновесия Байеса-Нэша для значений $p \notin \left[\frac{1}{4} \quad \frac{3}{4}\right]$

если p<1/4, например, 0, то

Ожидаемые издержки: $c = 3p + 1(1-p) = 2p + 1$

1 игрок \ 2 игрок	Платить	Не платить
Платить	$(3 \quad 3)$	$(3 \quad 4)$
Не платить	$(4 \quad 3)$	$(0 \quad 0)$

в смешанных стратегиях

1 игрок \ 2 игрок	Платить	Не платить

Платить	$(3p \quad 3q)$	$(3p \quad 4(1-q))$
Не платить	$((1-p)4 \quad 3q)$	$(0 \quad 0)$

пороговым значением будет 4/(4+3) → 0,571

то есть оба будут платить и это будет равновесием (при очень маленькой вероятности, что издержки высокие), если игрок уверен, более чем на 57,1%, что второй игрок заплатит.

c. Существуют ли в этой игре асимметричные равновесия при некоторых значениях p?

асимметричные равновесия будут в смешанных стратегиях, когда ожидания игрока ниже порогового уровня

например, если p=2/4 (издержки на 75% высокие)

1 игрок \ 2 игрок	Платить	Не платить
Платить	$(1{,}5 \quad 1{,}5)$	$(1{,}5 \quad 4)$
Не платить	$(4 \quad 1{,}5)$	$(0 \quad 0)$

В смешанных стратегиях:

p - вероятность, что 1-й игрок заплатит

q - вероятность, что 2-й игрок заплатит

При p<0.727 q<0.727

1 игрок \ 2 игрок	Платить	Не платить

Платить	$(1{,}5p \quad 1{,}5q)$	$(1{,}5p \quad 4(1-q))$
Не платить	$((1-p)4 \quad 1{,}5q)$	$(0 \quad 0)$

если игрок уверен, менее чем на 4/(4+1,5) → 72,7%, что второй игрок заплатит, то он платить не будет.

3. Пусть теперь издержки двух игроков коррелированы:

$$Pr\{c_1=1,c_2=1\}=Pr\{c_1=3,c_2=3\}=\frac{\alpha}{2}$$
$$Pr\{c_1=1,c_2=3\}=Pr\{c_1=3,c_2=1\}=\frac{1-\alpha}{2}$$

При каких значениях α существует симметричное равновесие, в котором каждый игрок покупает общественное благо, если его издержки низкие, и не покупает иначе? Как вероятность того, что общественное благо будет произведено в равновесии, зависит от α?

Ожидаемые издержки:

$$c_1=1\frac{\alpha}{2}+3\frac{\alpha}{2}+1\frac{1-\alpha}{2}+3\frac{1-\alpha}{2}=\frac{\alpha+3\alpha+1-\alpha+3-3\alpha}{2}=2$$
$$c_2=1\frac{\alpha}{2}+3\frac{\alpha}{2}+3\frac{1-\alpha}{2}+1\frac{1-\alpha}{2}=\frac{\alpha+3\alpha+3-3\alpha+1-\alpha}{2}=2$$

то есть от α издержки, а следовательно и равновесие не зависит

1 игрок \ 2 игрок	Платить	Не платить
Платить	$(4-2 \quad 4-2)$	$(4-2 \quad 4)$

Не платить	$(4 \quad 4-2)$	$(0 \quad 0)$

1 игрок \ 2 игрок	Платить	Не платить
Платить	$(2 \quad 2)$	$(2 \quad 4)$
Не платить	$(4 \quad 2)$	$(0 \quad 0)$

В смешанных стратегиях:

p - вероятность, что 1-й игрок заплатит

q - вероятность, что 2-й игрок заплатит

При p>0.667 q>0.667

1 игрок \ 2 игрок	Платить	Не платить
Платить	$(2p \quad 2q)$	$(2p \quad 4(1-q))$
Не платить	$((1-p)4 \quad 2q)$	$\cancel{(0 \quad 0)}$

оба будут платить и это будет равновесием, если игрок уверен, более чем на 4/(4+2) → 66,67%, что второй игрок заплатит.