

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=imi

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

Решение задачи по имитационному моделированию системы массового обслуживания

Имеется $n=4$ вагонов, которые могут выходить из строя и требовать обслуживающего персонала.

Время нормального функционирования вагонов α - СВ с экспоненциальным законом распределения

$$P(\alpha < t) = 1 - e^{-at} = 1 - e^{-2t}.$$

Время ремонта (восстановления) вагона β - СВ с экспоненциальным законом распределения

$$P(\beta < t) = 1 - e^{-bt} = 1 - e^{-5t}.$$

Обозначим через P_k ($k = 0, \dots, n$) - стационарную вероятность простоя K вагонов.

Для подсчета искомых величин используем формулу:

$$P_0 = \left\{ \sum_{k=0}^m C_n^k \rho^k + \sum_{k=m+1}^n C_n^k \frac{k! \rho^k}{m! m^{k-m}} \right\}^{-1}$$
$$P_k = \left\{ \begin{array}{l} P_0 \rho^k C_n^k \text{ если } 0 < k \leq m \\ P_0 \rho^k \frac{n!}{(n-k)! m! m^{k-m}} \text{ если } m < k \leq n \end{array} \right\}$$

где

P_0 – вероятность того, что простаивает 0 вагонов

P_k – вероятность того, что простаивает k вагонов

$$\rho = \frac{a}{b}$$

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Известно, что сумма всех вероятностей равна 1.

$$\sum_{k=0}^n P_k = 1$$

Среднее время числа простаивающих вагонов: $\bar{n} = \sum_{k=0}^n k \cdot P_k$

Лабораторная работа выполнена на сайте www.matburo.ru

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=imi

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

Среднее число занятых рабочих.

$$\bar{m} = \sum_{k=1}^m k \cdot P_k + m \sum_{k=m+1}^n P_k$$

Необходимо определить:

1. Стационарные вероятности системы.
2. Проверить правильность вычислений.
3. Вычислить среднее время числа простаивающих вагонов
4. Вычислить среднее число занятых рабочих

Решение

Расчеты автоматизируем в Excel.

Вводим исходные данные:

	A	B
1	a =	2
2	b =	5
3	m =	3
4	n =	4
5		

Рассчитываем показатель $\rho = \frac{a}{b}$

B6		fx		=B1/B2	
	A	B	C	D	
1	a =	2			
2	b =	5			
3	m =	3			
4	n =	4			
5					
6	$\rho =$	0,4			

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=imi

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

Составляем таблицу возможных значений k, и рассчитываем значения $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ по формуле

ЧИСЛОКОМБ(n;k)

B9		fx =ЧИСЛКОМБ(\$B\$4;B8)					
	A	B	C	D	E	F	
1	a =	2					
2	b =	5					
3	m =	3					
4	n =	4					
5							
6	p =	0,4					
7							
8	k =	0	1	2	3	4	
9	$C_n^k =$	1	4	6	4	1	
10							

Далее рассчитываем вероятности.

Сначала для k=0.

$$P_0 = \left\{ \sum_{k=0}^m C_n^k \rho^k + \sum_{k=m+1}^n C_n^k \frac{k! \rho^k}{m! m^{k-m}} \right\}^{-1}$$

B10		fx =1/(СУММПРОИЗВ(B9:E9;СТЕПЕНЬ(\$B\$6;B8:E8))+СУММПРОИЗВ(F9;ФАКТР(F8);СТЕПЕНЬ(\$B\$6;F8);1/СТЕПЕНЬ(\$B\$3;F8-\$B\$3))/ФАКТР(B3))												
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	
1	a =	2												
2	b =	5												
3	m =	3												
4	n =	4												
5														
6	p =	0,4												
7														
8	k =	0	1	2	3	4								
9	$C_n^k =$	1	4	6	4	1								
10	P_k	0,259731												

Далее:

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=imi

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

$$P_k = P_0 \rho^k C_n^k \text{ если } 0 < k \leq m$$

C10		fx = \$B\$10*\$C9*\$СТЕПЕНЬ(\$B\$6;C8)					
	A	B	C	D	E	F	G
1	a =	2					
2	b =	5					
3	m =	3					
4	n =	4					
5							
6	ρ =	0,4					
7							
8	k =	0	1	2	3	4	
9	$C_n^k =$	1	4	6	4	1	
10	P_k	0,259731	0,41557	0,249342	0,066491		

Далее:

$$P_k = P_0 \rho^k \frac{n!}{(n-k)!m!m^{k-m}} \text{ если } m < k \leq n$$

F10		fx = \$B\$10*\$СТЕПЕНЬ(\$B\$6;F8)*ФАКТР(\$B\$4)/(ФАКТР(\$B\$4-F8)*ФАКТР(\$B\$3)*СТЕПЕНЬ(\$B\$3;F8-\$B\$3))							
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	a =	2							
2	b =	5							
3	m =	3							
4	n =	4							
5									
6	ρ =	0,4							
7									
8	k =	0	1	2	3	4			
9	$C_n^k =$	1	4	6	4	1			
10	P_k	0,259731	0,41557	0,249342	0,066491	0,008865			

Проверяем правильность расчетов:

Лабораторная работа выполнена на сайте www.matburo.ru

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=imi

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

G10		fx =СУММ(B10:F10)					
	A	B	C	D	E	F	G
1	a =	2					
2	b =	5					
3	m =	3					
4	n =	4					
5							
6	$\rho =$	0,4					
7							
8	k =	0	1	2	3	4	
9	$C_n^k =$	1	4	6	4	1	Сумма
10	P_k	0,259731	0,41557	0,249342	0,066491	0,008865	1
11							

Сумма равна 1, значит все верно.

Находим среднее время числа простаивающих вагонов

B12		fx =СУММПРОИЗВ(B8:F8;B10:F10)					
	A	B	C	D	E	F	G
1	a =	2					
2	b =	5					
3	m =	3					
4	n =	4					
5							
6	$\rho =$	0,4					
7							
8	k =	0	1	2	3	4	
9	$C_n^k =$	1	4	6	4	1	Сумма
10	P_k	0,259731	0,41557	0,249342	0,066491	0,008865	1
11							
12	$n_{cp} =$	1,14919					
13	$m_{cp} =$						

Находим среднее число занятых рабочих

Лабораторная работа выполнена на сайте www.matburo.ru

Переходите на сайт, смотрите больше примеров или закажите свою работу

https://www.matburo.ru/sub_appear.php?p=imi

©МатБюро. Решение задач по математике, экономике, программированию

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	a =	2						
2	b =	5						
3	m =	3						
4	n =	4						
5								
6	ρ =	0,4						
7								
8	k =	0	1	2	3	4		
9	$C_n^k =$	1	4	6	4	1	Сумма	
10	P_k	0,259731	0,41557	0,249342	0,066491	0,008865	1	
11								
12	$n_{cp} =$	1,14919						
13	$m_{cp} =$	1,140324						

Получаем решение задачи:

a =	2						
b =	5						
m =	3						
n =	4						
ρ =	0,4						
k =	0	1	2	3	4		
$C_n^k =$	1	4	6	4	1	Сумма	
P_k	0,259731	0,41557	0,249342	0,066491	0,008865	1	
$n_{cp} =$	1,14919						
$m_{cp} =$	1,140324						