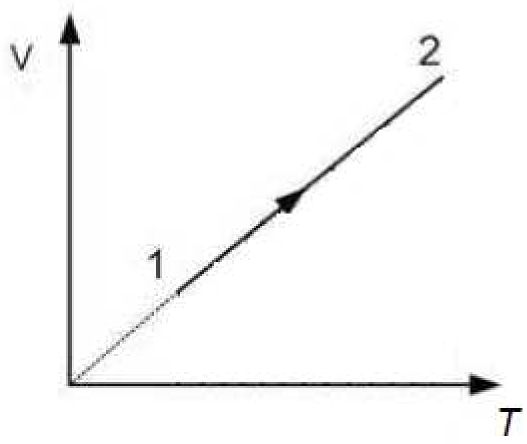
Контрольная работа 1 по физике с решением

Задача 9

На диаграмме (T-V) график процесса представляет собой прямую, соединяющую точки с координатами (300 К; 0,1 л), (600 К; 0,2 л). Определить работу одного моля газа при его расширении от 0,1 л до 0,2 л.

Решение:



Поскольку диаграмма представляет собой прямую линию, то можно сказать, что процесс изобарный, то есть:

$$p = const \text{ или } \frac{V}{T} = const. \qquad (1)$$

Работа газа по определению равна:

$$A = p\Delta V. \qquad (2)$$

Запишем уравнение Менделеева-Клапейрона:

$$pV = \nu RT, \qquad (3)$$

где $\nu = 1\,моль$ – количество вещества газа, $R = 8.31\,\frac{Дж}{моль \cdot К}$ – универсальная газовая постоянная.

Сопоставляя (2) и (3) можно записать:

$$A = p\Delta V = \nu R\Delta T.$$

Подставляем значения:

$$A = 1\,моль \cdot 8.31\,\frac{Дж}{моль \cdot К} \cdot (600 - 300)\,К \approx 2493\,Дж.$$

Ответ: $A = 2493\,Дж.$

Задача 13

Тело массой m = 1 кг движется в плоскости в соответствии с уравнениями: x(t) = 3cos(πt/6); y(t) = 3sin(πt/6). Определите вид траектории. Для момента времени τ = 1 с найдите: вектор перемещения $\vec{r}$; вектор скорости $\vec{v}$; вектор ускорения $\vec{a}$; вектор силы $\vec{F}$?

Решение:

1. Из уравнений движения выразим синус и косинус:

$$\begin{cases} x(t)=3\cos(\pi t/6) \\ y(t)=3\sin(\pi t/6) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos(\pi t/6)=x/3 \\ \sin(\pi t/6)=y/3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos^2(\pi t/6)=(x/3)^2 \\ \sin^2(\pi t/6)=(y/3)^2 \end{cases}$$

Складываем первое и второе уравнения:

$$\cos^2(\pi t/6)+\sin^2(\pi t/6)=(x/3)^2+(y/3)^2$$

$$1=(x/3)^2+(y/3)^2$$

$$x^2+y^2=3^2.$$

Получили уравнение окружности. В результате траектория движения тела – окружность с центром в начале координат и радиусом 3.

2. Вектор перемещения $\vec{r}$:

$\vec{r}(t)=3\cos(\pi t/6)\cdot\vec{i}+3\sin(\pi t/6)\cdot\vec{j}$, тогда в момент времени τ = 1 с:

$$\vec{r}(1)=3\cos(\pi/6)\cdot\vec{i}+3\sin(\pi/6)\cdot\vec{j}=\frac{3\sqrt{3}}{2}\cdot\vec{i}+\frac{3}{2}\cdot\vec{j}.$$

3. Вектор скорости

$$\vec{v}(t)=\frac{d\vec{r}}{dt}=-3\sin(\pi t/6)\cdot\frac{\pi}{6}\cdot\vec{i}+3\cos(\pi t/6)\cdot\frac{\pi}{6}\cdot\vec{j}=$$

$$=-\frac{\pi}{2}\sin(\pi t/6)\cdot\vec{i}+\frac{\pi}{2}\cos(\pi t/6)\cdot\vec{j}\ \ (м).$$

Тогда в момент времени τ = 1 с:

$$\vec{v}(1)=-\frac{\pi}{2}\sin(\pi/6)\cdot\vec{i}+\frac{\pi}{2}\cos(\pi/6)\cdot\vec{j}=$$

$$=-\frac{\pi}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\vec{i}+\frac{\pi}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\vec{j}=-\frac{\pi}{4}\cdot\vec{i}+\frac{\sqrt{3}\pi}{4}\cdot\vec{j}.$$

4. Вектор ускорения

$$\vec{a}(t)=\frac{d\vec{\upsilon}}{dt}=-\frac{\pi}{2}\cos(\pi t/6)\cdot\frac{\pi}{6}\cdot\vec{i}-\frac{\pi}{2}\sin(\pi t/6)\cdot\frac{\pi}{6}\cdot\vec{j}=$$

$$=-\frac{\pi^2}{12}\cos(\pi t/6)\cdot\vec{i}-\frac{\pi^2}{12}\sin(\pi t/6)\cdot\vec{j}\quad(м/с).$$

Тогда в момент времени τ = 1 с:

$$\vec{a}(1)=-\frac{\pi^2}{12}\cos(\pi/6)\cdot\vec{i}-\frac{\pi^2}{12}\sin(\pi/6)\cdot\vec{j}=$$

$$=-\frac{\pi^2}{12}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\vec{i}-\frac{\pi^2}{12}\cdot\frac{1}{2}\cdot\vec{j}=-\frac{\sqrt{3}\pi^2}{24}\cdot\vec{i}-\frac{\pi^2}{24}\cdot\vec{j}\quad\left(м/с^2\right).$$

5. Вектор силы в соответствии со 2-ым законом Ньютона:

$$\vec{F}(1)=m\cdot\vec{a}(1)=1\cdot\left(-\frac{\sqrt{3}\pi^2}{24}\cdot\vec{i}-\frac{\pi^2}{24}\cdot\vec{j}\right)=-\frac{\sqrt{3}\pi^2}{24}\cdot\vec{i}-\frac{\pi^2}{24}\cdot\vec{j}\quad(H).$$

Задача 23

При действии постоянной силы 10 Н тело движется прямолинейно в соответствии с уравнением $x = 5 + 2t + 1t^2$, м. Определить массу тела.

Решение:

Прямолинейной равноускоренное движение тела описывается следующим уравнением движения:

$$x(t) = x_0 + \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2}, \qquad (1)$$

где x_0 – начальная координата тела, υ_0 – начальная скорость тела, a – ускорение.

Сравнивая (1) с заданным в условии уравнением имеем:

$x(t) = x_0 + \upsilon_0 t + \frac{at^2}{2} = 5 + 2t + 1t^2$, откуда

$\frac{at^2}{2} = 1t^2 \quad \Rightarrow \quad a = 2\ м/с^2$.

В соответствии со 2-ым законом Ньютона

$F = ma$, откуда $m = \frac{F}{a} = \frac{10\ Н}{2\ м/с^2} = 5\ кг$.

Ответ: 5 кг.

Задача 31

Точка движется в плоскости так, что её координаты изменяются во времени в соответствии с уравнениями: x=1 + 3t; y = 6+4t, где координаты x,y измеряются в м, время t – в с. Определить вектор скорости.

Решение:

Вектор перемещения $\vec{r}$:

$\vec{r}(t) = x(t)\cdot\vec{i} + y(t)\cdot\vec{j} = (1+3t)\cdot\vec{i} + (6+4t)\cdot\vec{j}$.

Вектор скорости:

$$\vec{\upsilon}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = 3\cdot\vec{i} + 4\cdot\vec{j}\ \ (м/с).$$

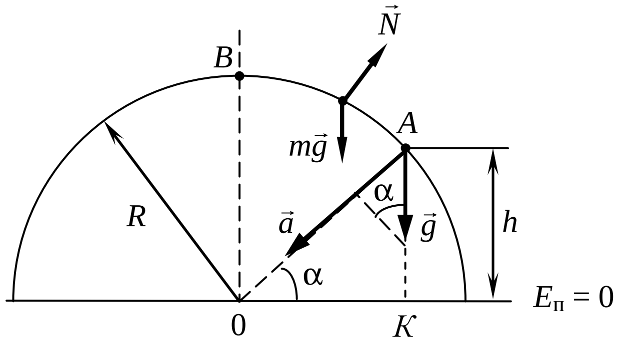
Ответ: $\vec{\upsilon}(t) = 3\cdot\vec{i} + 4\cdot\vec{j}\ \ (м/с)$.

Задача 45

Тело малых размеров находится на вершине гладкой полусферы радиусом 0,6 м. Тело начинает скользить с поверхности. На какой высоте тело оторвётся от поверхности?

Решение:

Рассматриваемая в задаче система изображена на рисунке.



На нем точкой “B” обозначено исходное положение тела на полусфере, точкой “A” положение тела в момент отрыва от нее. Будем считать, что нулевой уровень потенциальной энергии $E_п$ располагается на горизонтальной поверхности, на которой лежит полусфера. По условию задачи трение в системе отсутствует, внешние силы в ней не действуют, поэтому закон сохранения механической энергии в этом случае имеет вид:

$$E_B = E_A.$$

В точке “B” тело находилось в состоянии покоя. Находясь на высоте R по отношению к нулевому уровню потенциальной энергией, оно обладало только этим видом энергии:

$$E_В = mgR.$$

В точке отрыва тела от полусферы тело движется, то есть обладает кинетической энергией, и вместе с тем находится на некоторой высоте h над горизонталью, а значит, его потенциальная энергия отлична от нуля. Таким образом,

$$E_A = \frac{m\text{v}^2}{2} + mgh.$$

По закону сохранения механической энергии имеем:

$$mgR = \frac{m\text{v}^2}{2} + mgh.$$

Сократив массу, получаем:

$$gR = \frac{\text{v}^2}{2} + gh.$$

В полученном соотношении две неизвестные величины: v и искомая высота h. Для определения скорости v рассмотрим силы, действующие на тело в точке “А”. При движении от начальной точки до точки “А” тело массы m находится под воздействием силы тяжести $m\vec{g}$ и силы реакции опоры $\vec{N}$. В точке отрыва “А” реакция опоры пропадает, поэтому основное уравнение динамики в ней имеет вид:

$$m\vec{a} = m\vec{g}\,.$$

Движение тела в момент отрыва происходит еще по дуге окружности радиуса R. Поэтому центростремительное ускорение в этот момент равно $\frac{\mathrm{v}^2}{R}$. Так как полное ускорение $\vec{a} = \vec{g}$, центростремительное ускорение равно проекции вектора $\vec{g}$ на радиальное направление (см. рисунок). Следовательно,

$$\frac{\mathrm{v}^2}{R} = g \cdot \sin\alpha\,.$$

В треугольнике ОАК, в котором R – гипотенуза, а h – катет, имеется такой же введенный в рассмотрение угол α и

$$\sin\alpha = \frac{h}{R}\,.$$

Тогда получается:

$$\frac{\mathrm{v}^2}{R} = g\frac{h}{R}\,.$$

Отсюда $$\mathrm{v}^2 = gh\,.$$

Подставив полученное выражение в закон сохранения энергии, имеем:

$$gR = \frac{gh}{2} + gh\,.$$

Сократив g, получаем:

$$h = \frac{2}{3}R\,.$$

Подставляем значения:

$$h = \frac{2}{3} \cdot 0.6 = 0.4\ \text{м}\,.$$

Ответ: $h = 0.4\ \text{м}$.

Задача 57

В закрытом сосуде объёмом 2 л находится гелий, плотность которого равна $\rho = 2$ кг/м^3. Какое количества тепла необходимо сообщить гелию, чтобы увеличить его температуру на 10 К?

Решение:

Так как сосуд закрыт, то объем не меняется, то есть процесс – изохорный $V = const$. В изохорном процессе газ не совершает работу (и внешние силы также не совершают работу), а всё количество теплоты идет на изменение внутренней энергии газа, то есть:

$$Q = \Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T = \frac{i}{2} \cdot \frac{m}{M} R \Delta T,$$

где $m = \rho V$ – масса гелия, $M = 0.004\, кг/моль$ – молярная масса гелия, $R = 8.31 \frac{Дж}{моль \cdot К}$ – универсальная газовая постоянная, $\Delta T = 10$ К – изменение температуры газа, $i = 3$ – число степеней свободы одноатомного газа (He – газ одноатомный).

В результате

$$Q = \frac{i}{2} \cdot \frac{\rho V}{M} R \Delta T = \frac{3}{2} \cdot \frac{2\, кг/м^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3}\ м^3}{0.004\, кг/моль} \cdot 8.31 \frac{Дж}{моль \cdot К} \cdot 10\ К \approx 125\ Дж.$$

Ответ: $Q \approx 125\ Дж.$

Задача 69

Оцените, какая энергия W была поглощена 200-граммовой порцией кофе в микроволновой печи, если напиток нагрелся от температуры T_o = 25 °С до температуры кипения T_1 = 100 °С, и при кипении масса m = 10 г кофе испарилась. Теплообменом со стенками чашки пренебречь. Удельную теплоемкость приготавливаемого напитка принять равной c = 4.2 кДж/(кг К), удельная теплота парообразования r = 2.3 МДж/кг.

Решение:

Количество теплоты, поглощенное порцией кофе, складывается из количества теплоты, поглощенным кофе при нагревании до температуры кипения $Q_1 = cm_1\Delta T$, и теплоты, поглощенной при испарении части кофе $Q_2 = rm_2$, то есть

$$Q = Q_1 + Q_2 = cm_1\Delta T + rm_2 =$$

$$= 4200\,\frac{Дж}{кг \cdot К} \cdot 0.2\,кг \cdot (100 - 25)\,К + 2.3 \cdot 10^6 \frac{Дж}{кг} \cdot 0.01\,кг = 86\,кДж.$$

Ответ: $Q = 86\,кДж.$

Задача 76

В капиллярной трубке жидкость поднимается на высоту h =1 см. Определить в мм радиус трубки r, если плотность жидкости равна ρ = 800 кг/м^3, а коэффициент поверхностного натяжения составляет σ = 0,024 Н/м.

Решение:

Высота поднятия жидкости в капиллярах определяется формулой Жюрена:

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g r}, \text{ откуда } r = \frac{2\sigma}{\rho g h},$$

где ρ – плотность жидкости, h – высота ее поднятия в трубочке, g – ускорение силы тяжести, σ – коэффициент поверхностного натяжения жидкости, r – радиус трубки.

Подставляем значения:

$$r = \frac{2 \cdot 0.024\ Н/м}{800\ кг/м^3 \cdot 10\ м/с^2 \cdot 0.01\ м} = 6 \cdot 10^{-4}\ м = 0.6\ мм.$$

Ответ: $r = 0.6\ мм$.

Задача 87

Идеальная тепловая машина совершает за один цикл работу А = 100 Дж. Какое количество тепла получено от нагревателя, если КПД машины η=0,2?

Решение:

КПЛ замкнутого цикла равен отношению полезной работы, совершенной машиной за цикл, к полученному от нагревателя количеству тепла, то есть:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} \quad \Rightarrow \quad Q_1 = \frac{A}{\eta} = \frac{100\ Дж}{0.2} = 500\ Дж.$$

Ответ: $Q_1 = 500\ Дж.$

Задача 91

Из пушки произвели выстрел ядром в вертикальном направлении. В момент, когда ядро достигло наивысшей точки своей траектории, из ствола той же пушки выпустили ракету, которая полетела вертикально вверх с постоянной скоростью v=75 м/с. Определить, с какой начальной скоростью v было выпущено ядро, если до встречи с ним в воздухе ракета летела t = 5 с . Ускорение свободного падения считать равным g = 10 м/с^2. Сопротивлением воздуха пренебречь.

Решение:

Определим расстояние, которое пролетела ракета до встречи с ядром (движение равномерное):

$$h_p = \upsilon\tau = 75\ м/с \cdot 5 = 375\ м.$$

За это же время ядро падало из верхней точки траектории (движение равноускоренное, с ускорением свободного падения, без начальной скорости). Найдем путь, который проделало ядро:

$$h_я = \frac{g\tau^2}{2} = \frac{10\cdot 5^2}{2} = 125\ м.$$

В результате высота, на которую поднялось ядро, равна:

$$h = h_p + h_я = 375\ м + 125\ м = 500\ м.$$

Запишем уравнение движения ядра до высоты h, откуда определим начальную скорость ядра:

$h = \frac{\upsilon_0^{\ 2} - \upsilon^2}{2g} = \frac{\upsilon_0^{\ 2}}{2g}$ (так как $\upsilon = 0$ в верхней точке траектории).

В результате

$\upsilon_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2\cdot 10\cdot 500} = 100\ м/с.$

Ответ: $\upsilon_0 = 100\ м/с.$