

**Основы теории управления**  
**Контрольная работа**  
**Вариант 15**

**Задача 1**

Расчет переходных характеристик типовых звеньев линейных систем автоматического управления

Значения коэффициентов передачи и постоянных времени звеньев приведены в табл. 1. Необходимо рассчитать и построить переходные характеристики вышеуказанных звеньев.

Таблица 1 – Исходные данные

Тип звена	Параметр	Вариант (15)
Инерционное	$k$	7.2
	$T$	0.07
Колебательное	$k$	9.1
	$T$	0.08
	$\xi$	0.83
Интегрирующее	$k$	130

**Решение:**

1. Переходная характеристика инерционного звена

$$h(t) = k \left( 1 - e^{-\frac{t}{T}} \right) = 7.2 \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{0.07}} \right).$$

Таблица 2 – Расчет характеристики инерционного звена

$t$	$h(t)$
0	0
0.03	2.5096
0.06	4.1445
0.09	5.2095
0.12	5.9033
0.15	6.3553
0.18	6.6497
0.21	6.8415
0.24	6.9665
0.27	7.0479

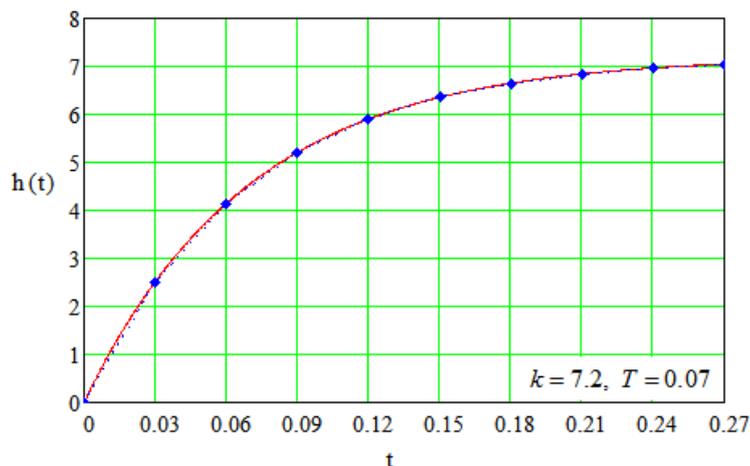


Рисунок 1 – Передаточная функция инерционного звена

Дифференциальное уравнение для инерционного звена:

$$T \frac{dy}{dt} + y = kx.$$

Преобразуем по Лапласу:

$(Tp + 1)Y(p) = kX(p)$ , откуда передаточная функция

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{k}{Tp + 1} = \frac{7.2}{0.07p + 1}.$$

2. Переходная характеристика колебательного звена

$$\begin{aligned} h(t) &= k \left( 1 - e^{-\alpha t} \cdot (\cos \beta t + \sin \beta t) \right) = \\ &= k \left( 1 - e^{-\frac{\xi t}{T}} \cdot \left( \cos \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} t + \sin \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T} t \right) \right) = \\ &= 7.2 \cdot \left( 1 - e^{-\frac{0.83t}{0.08}} \cdot \left( \cos \frac{\sqrt{1-0.83^2}}{0.08} t + \sin \frac{\sqrt{1-0.83^2}}{0.08} t \right) \right); \end{aligned}$$

Таблица 3 – Расчет характеристики колебательного звена

$t$	$h(t)$
0	0
0.04	1.3204
0.08	2.8745
0.12	4.2719
0.16	5.3685
0.2	6.1514
0.24	6.6673

0.28	6.9808
0.32	7.1541
0.36	7.2372
0.4	7.2673
0.44	7.2692
0.48	7.2585
0.52	7.2441
0.56	7.2305
0.6	7.2195
0.64	7.2114

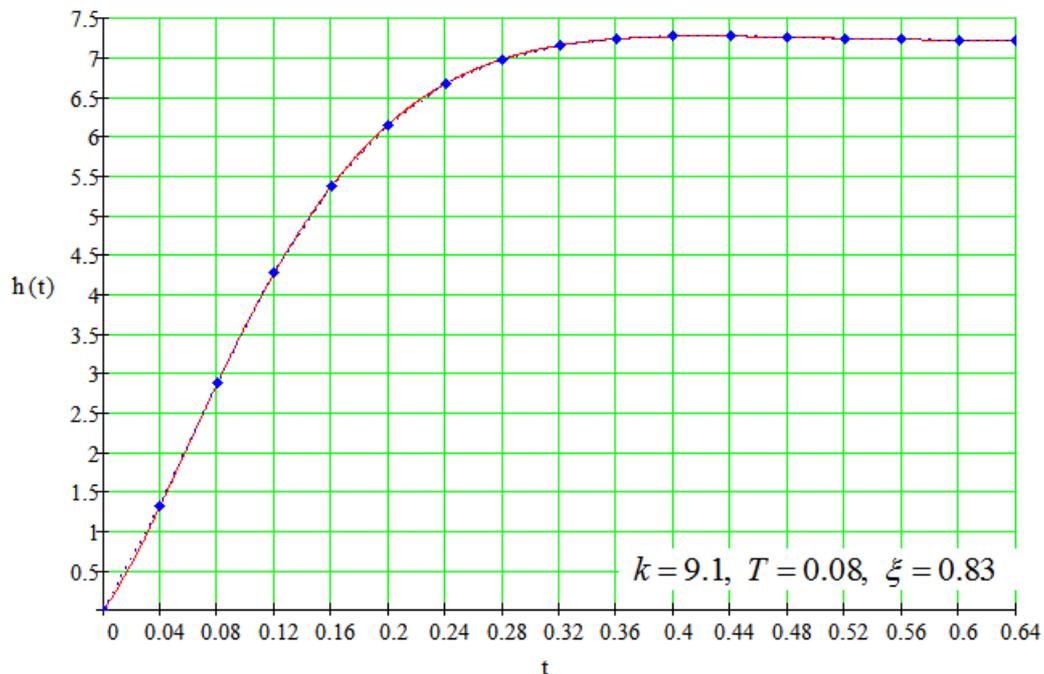


Рисунок 2 – Передаточная функция колебательного звена

Дифференциальное уравнение для колебательного звена:

$$T^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + 2\xi T \frac{dy}{dt} + y = kx.$$

Преобразуем по Лапласу:

$(T^2 p^2 + 2\xi T p + 1)Y(p) = kX(p)$ , откуда передаточная функция

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1} = \frac{7.2}{0.0064 p^2 + 0.1328 p + 1}.$$

3. Переходная характеристика интегрирующего звена

$$h(t) = kt = 130t.$$

Таблица 4 – Расчет характеристики интегрирующего звена

$t$	$h(t)$
0	0
0.04	5.2
0.08	10.4
0.12	15.6
0.16	20.8
0.2	26
0.24	31.2
0.28	36.4
0.32	41.6

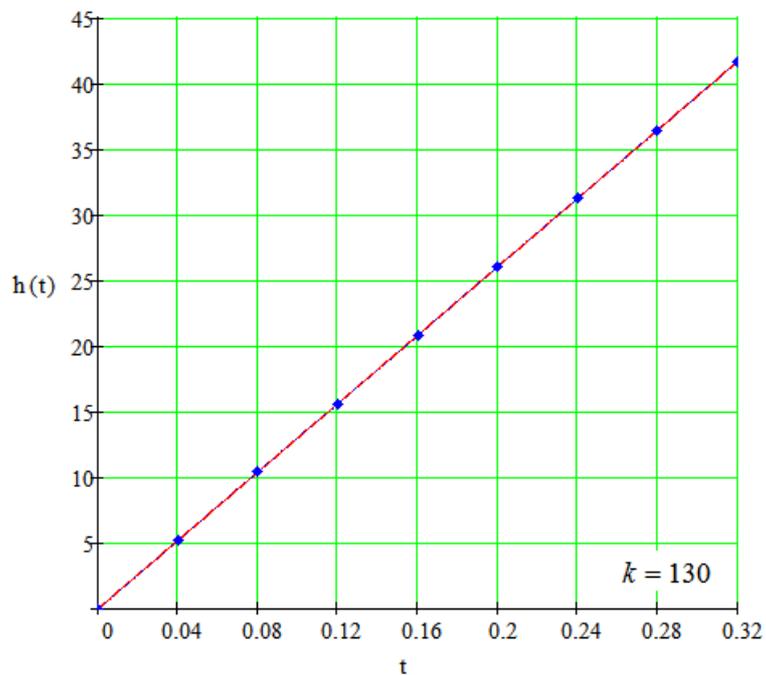


Рисунок 3 – Передаточная функция интегрирующего звена

Дифференциальное уравнение для интегрирующего звена:

$$y = k \int x dt .$$

Преобразуем по Лапласу:

$pY(p) = kX(p)$ , откуда передаточная функция

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{k}{p} = \frac{130}{p} .$$

**Задача 2**

Определение передаточных функций разомкнутой и замкнутой системы

Необходимо:

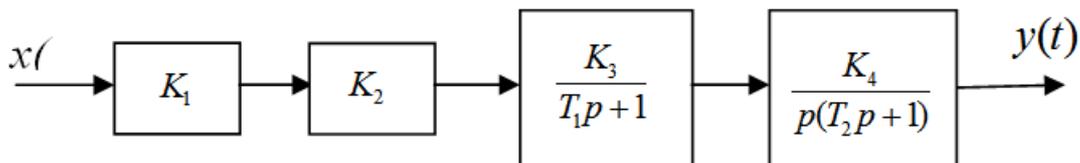
1. Определить передаточную функцию разомкнутой системы.
2. Найти передаточную функцию замкнутой системы при единичной отрицательной обратной связи.
3. Определить предельное значение коэффициента передачи по условию устойчивости системы.

Таблица 5 – Исходные данные

Параметр	Значение
$K_1$	5.0
$K_2$	2
$T_1$	0.2
$K_3$	3
$K_4$	1.2
$T_2$	0.5

**Решение:**

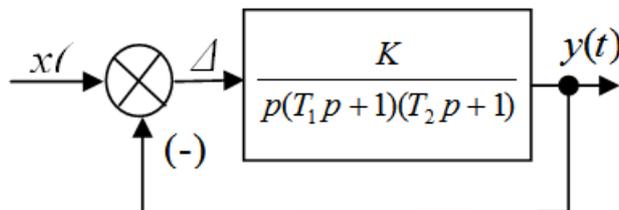
1. Передаточная функция разомкнутой системы:



$$W_{раз}(p) = W_1(p)W_2(p)W_3(p)W_4(p) = \frac{K_1 K_2 K_3 K_4}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} =$$

$$= \frac{5 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1.2}{p(0.2p + 1)(0.5p + 1)} = \frac{36}{p(0.2p + 1)(0.5p + 1)}$$

2. Передаточная функция замкнутой системы при единичной отрицательной обратной связи:



$$W_{зам}(p) = \frac{W_{раз}(p)}{1 + W_{раз}(p)} = \frac{K_1 K_2 K_3 K_4}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1) + K_1 K_2 K_3 K_4} =$$
$$\frac{36}{p(0.2p + 1)(0.5p + 1) + 36}.$$

3. Определение предельного значения коэффициента передачи

Величина предельного коэффициента передачи:

$$K_{пред} = \frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2} = \frac{0.2 + 0.5}{0.2 \cdot 0.5} = 7.$$