Контрольная работа с решением по ТАУ

(расчеты в Matlab Simulink)

ВАРИАНТ 7

Задача 1

Дано апериодическое звено второго порядка, передаточная функция которого:

$$W(s) = \frac{k_1}{T_1 T_2 s^2 + T_2 \xi s + 1},$$

где k_1 – коэффициент усиления, T_1, T_2 - постоянные времени, $0 \le \xi \le 1$ – коэффициент демпфирования.

Необходимо построить переходные характеристики при значениях

1. $\xi = 0$
2. $\xi = 0.2$
3. $\xi = 0.5$
4. $\xi = 1$.

По полученным переходным характеристикам рассчитать перерегулирование, время регулирования, амплитуду колебаний, частоту колебаний.

Значения $k_1 = 7$, $T_1 = \frac{k_1}{30} = \frac{7}{30}\,c$, $T_2 = \frac{k_1}{10} = \frac{7}{10}\,c$.

Выполнение:

Выполняем задание в Matlab. Для этого для каждого исследуемого значения ξ задаем характеристики передаточной функции звена второго порядка. Код программы представлен ниже.

```
% исходные значения
k = 7;
T1 = k/30;
T2 = k/10;
eps = 0.2;
```

```
% создаем LTI-объект с именем w и указываем значения коэффициентов ПХ
w = tf([k],[T1*T2 T2*eps 1])

% построение переходной характеристики
figure('color','white');
step(w); grid on;
```

Для каждого случая определяем основные параметры переходной характеристики.

Время регулирования – время, когда колебания регулируемой величины перестают превышать 5 % от установившегося значения.

Перерегулирование вычисляется по формуле:

$$y = \frac{y_{\max} - y_{уст}}{y_{уст}} \cdot 100\,\%.$$

Колебательность переходного процесса определяется числом колебаний регулируемой величины за время регулирования. *Частота колебаний* равна:

$$w = \frac{2\pi}{T},$$

где T – период колебаний.

Амплитуда колебаний – максимальное отклонение от положения равновесия за время регулирования.

1. $\xi = 0$, $W(s) = \dfrac{7}{\frac{49}{300}s^2 + 1}$

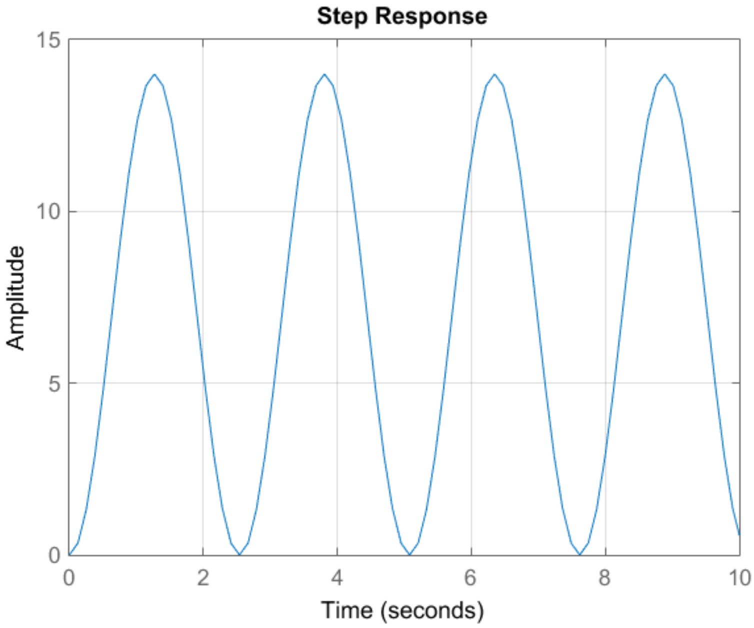


Рисунок 1 – Передаточная характеристика апериодического звена второго порядка при $\xi = 0$

Видим, что переходная характеристика носит колебательный характер, период колебаний $T \approx 2.5\,c$, угловая частота $w = \dfrac{2\pi}{2.5} \approx 2.5\,рад/c$, амплитуда колебаний $A = 7$.

2. $\xi = 0.2$, $W(s) = \dfrac{7}{\dfrac{49}{300}s^2 + 0.14s + 1}$

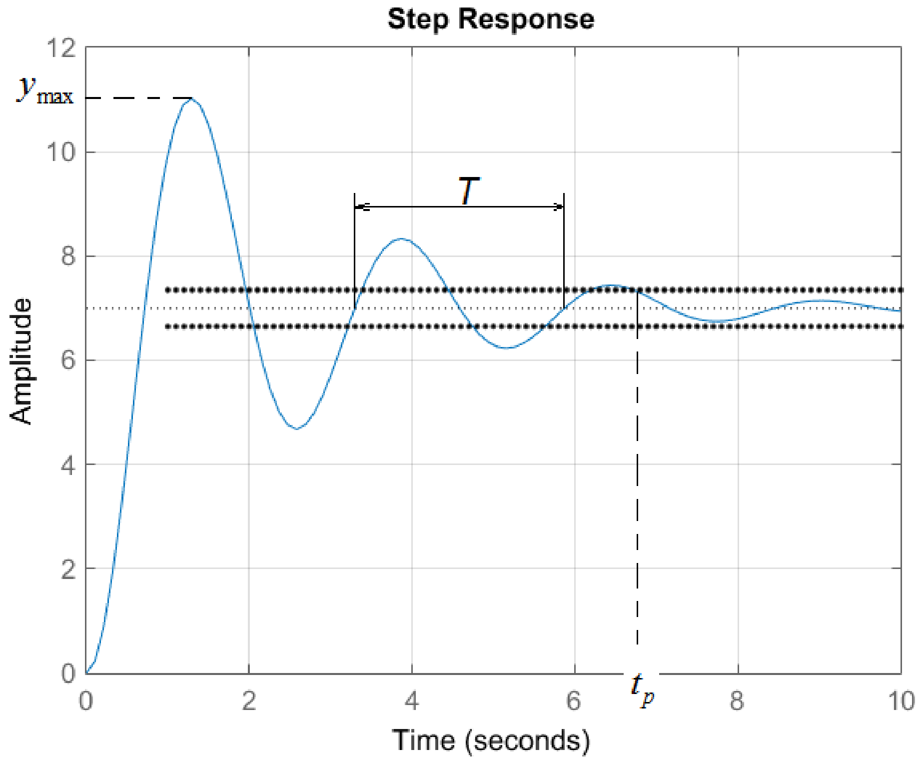


Рисунок 2 – Передаточная характеристика апериодического звена второго порядка при $\xi = 0.2$

Видим, что переходная характеристика стремится к значению коэффициента усиления k = 7. Время регулирования составляет $t_p \approx 6.7\,c$, величина перерегулирования $y = \dfrac{11-7}{7} \cdot 100\,\% \approx 57\,\%$, период колебаний за время регулирования $T \approx 2.5\,c$, угловая частота $w = \dfrac{2\pi}{2.5} \approx 2.5\,рад/c$.

3. $\xi = 0.5$, $W(s) = \dfrac{7}{\dfrac{49}{300}s^2 + 0.35s + 1}$

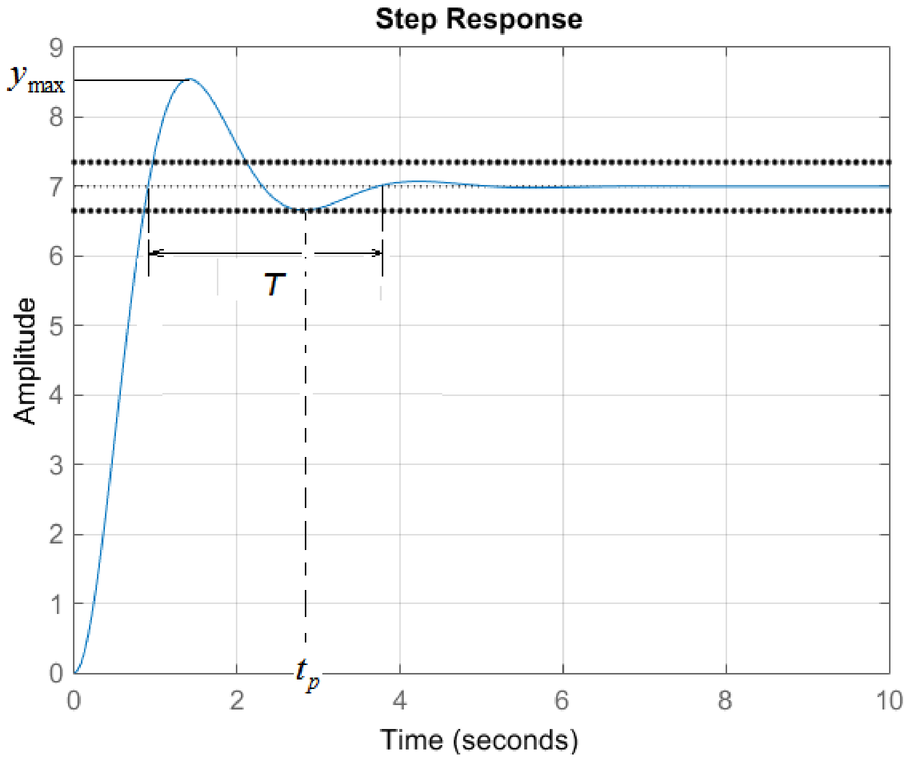


Рисунок 3 – Передаточная характеристика апериодического звена второго порядка при $\xi = 0.5$

Видим, что переходная характеристика стремится к значению коэффициента усиления k = 7. Время регулирования составляет $t_p \approx 2.8\,c$, величина перерегулирования $y = \frac{9-7}{7} \cdot 100\,\% \approx 28.5\,\%$, период колебаний за время регулирования $T \approx 2.8\,c$, угловая частота $w = \frac{2\pi}{2.5} \approx 2.2\ рад/c$.

4. $\xi = 1,\ W(s) = \dfrac{7}{\frac{49}{300}s^2 + 0.7s + 1}$

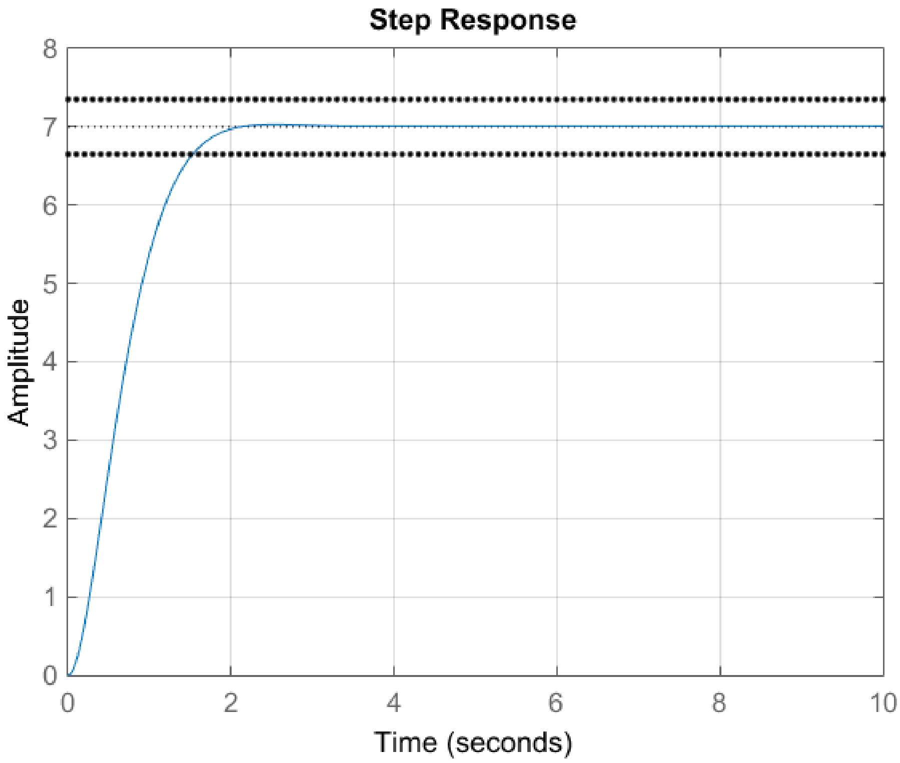


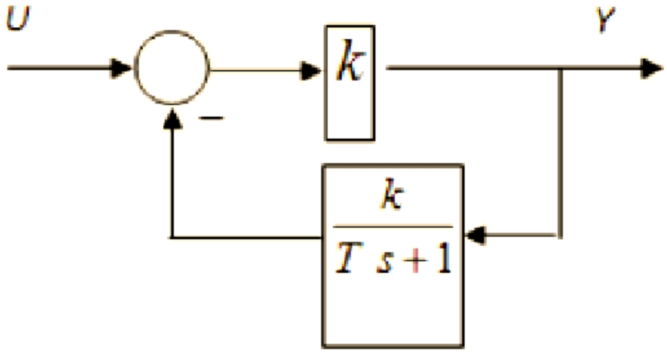
Рисунок 4 – Передаточная характеристика апериодического звена второго порядка при $\xi = 1$

Видим, что переходная характеристика носи монотонный характер, колебания отсутствуют, перерегулирования нет.

Вывод: свойства апериодического звена второго порядка зависят от величины коэффициента демпфирования. Если $\xi = 0$, то временные характеристики звена имеют вид незатухающих колебаний (звено консервирует колебания и называется консервативным). При $0 < \xi < 1$ временные характеристики звена носят колебательный характер, причем с увеличением ξ амплитуда колебаний, время регулирования и величина перерегулирования уменьшаются. При $\xi = 1$ временные характеристики носят монотонный характер, то есть колебания отсутствуют (звено называют инерционным или апериодическим).

Задача 2

Дана структурная схема:



Составить передаточную функцию замкнутого контура и определить, какому типовому звену соответствует данная структура.

Выполнение:

$$W_{зам}(s)=\frac{W_{раз}(s)}{1+W_{раз}(s)W_{ос}(s)}=\frac{k}{1+k\cdot\dfrac{k}{Ts+1}}=\frac{k}{1+\dfrac{k^2}{Ts+1}}=$$

$$=\frac{k\cdot(Ts+1)}{Ts+1+k^2}=\frac{\dfrac{k}{1+k^2}\cdot(Ts+1)}{\dfrac{T}{1+k^2}s+1}=\frac{k}{1+k^2}\cdot\frac{Ts+1}{\dfrac{T}{1+k^2}s+1}.$$

Известно, что звено с передаточной функцией вида

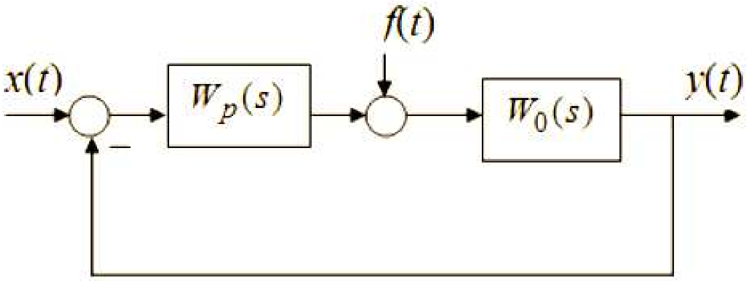
$W(s)=K\dfrac{T_1s+1}{T_2s+1}$ является инерционно-форсирующим звеном.

В данном случае

$$K=\frac{k}{1+k^2};\quad T_1=T,\quad T_2=\frac{T}{1+k^2}.$$

Задача 3

Дана структурная схема:



1. Рассчитать передаточную функцию по возмущению:

а) $W_p(s) = \frac{k_1}{T_1 s}$, $W_0(s) = \frac{k_2}{T_2 s + 1}$

б) $W_p(s) = \frac{k_2}{T_2 s + 1}$, $W_0(s) = \frac{k_1}{T_1 s}$.

Значения $k_1 = 7$, $k_2 = 7$, $T_1 = \frac{k_1}{30} = \frac{7}{30}\,c$, $T_2 = \frac{k_2}{10} = \frac{7}{10}\,c$.

2. Построить переходные характеристики каждой из систем в Matlab Simulink, и по переходной характеристике определить ошибку.

Выполнение:

Передаточная функция по возмущению:

$$W_f(s) = \frac{W_0(s)}{1 + W_0(s) W_p(s)}.$$

Ошибка по возмущению (воздействию) равна изменению регулируемой величины под действием возмущения при отсутствии входного воздействия.

Строим передаточные функции для двух случаев.

$$a)\ W_f(s) = \frac{W_0(s)}{1 + W_0(s) W_p(s)} = \frac{\frac{k_2}{T_2 s + 1}}{1 + \frac{k_2}{T_2 s + 1} \cdot \frac{k_1}{T_1 s}} = \frac{k_2 \cdot T_1 s}{T_1 s \cdot (T_2 s + 1) + k_1 k_2} =$$

$$\frac{k_2 T_1 \cdot s}{T_1 T_2 s^2 + T_1 s + k_1 k_2}.$$

Подставляем значения и строим в Matlab Simulink переходную характеристику по возмущению:

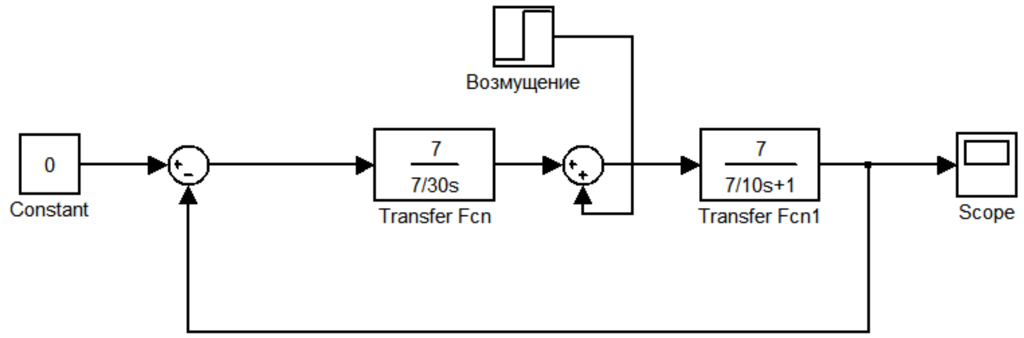


Рисунок 5 – Схема в Matlab Simulink

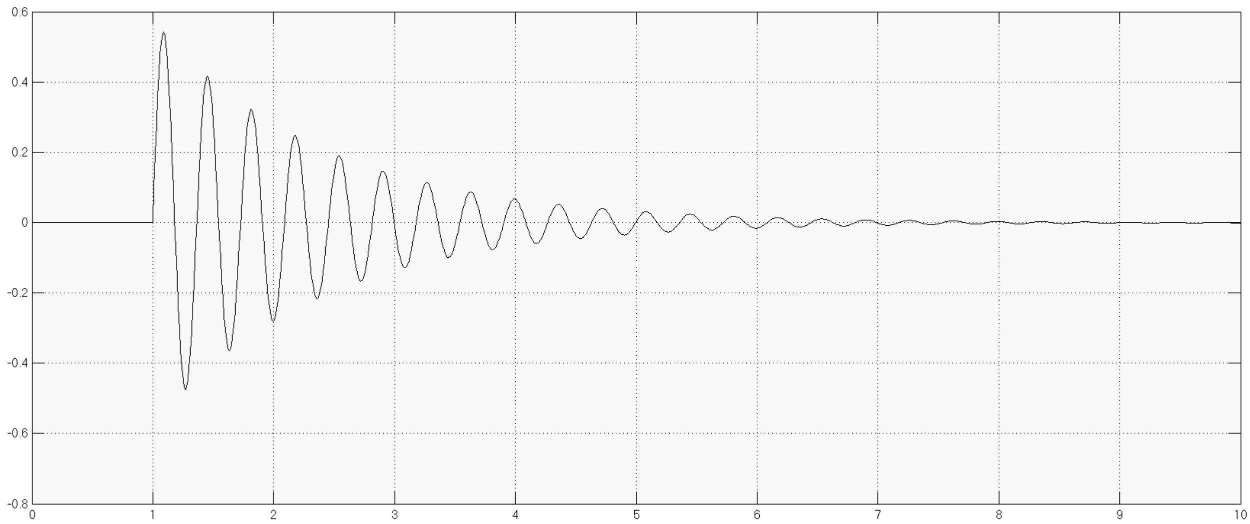


Рисунок 6 – Переходная характеристика системы по возмущению

В данном случае переходная характеристика по возмущению стремится к 0, ошибки нет.

$$б)\ W_f(s) = \frac{W_0(s)}{1+W_0(s)W_p(s)} = \frac{\frac{k_1}{T_1 s}}{1+\frac{k_2}{T_2 s+1}\cdot\frac{k_1}{T_1 s}} = \frac{k_2\cdot(T_2 s+1)}{T_1 s\cdot(T_2 s+1)+k_1 k_2} =$$

$$\frac{k_2(T_2 s+1)}{T_1 T_2 s^2 + T_1 s + k_1 k_2}.$$

Подставляем значения и строим в Matlab Simulink переходную характеристику по возмущению:

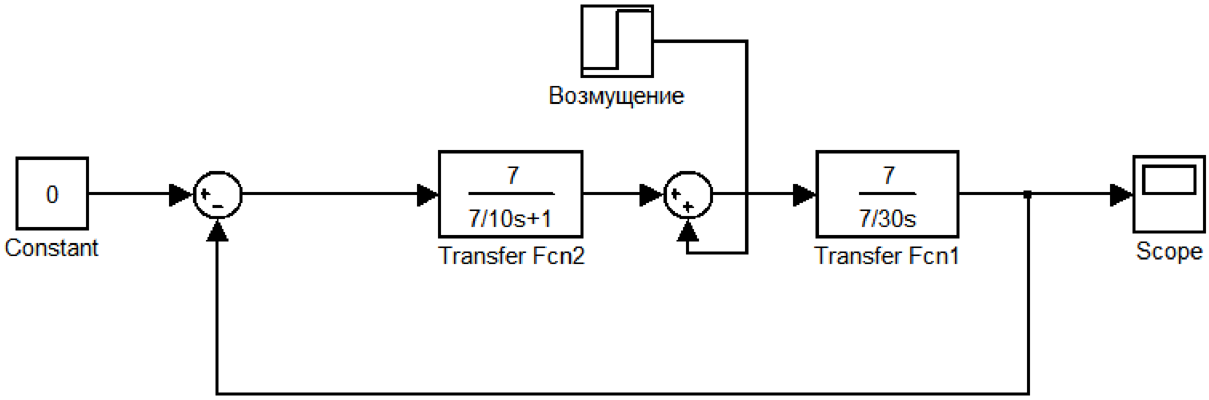


Рисунок 7 – Схема в Matlab Simulink

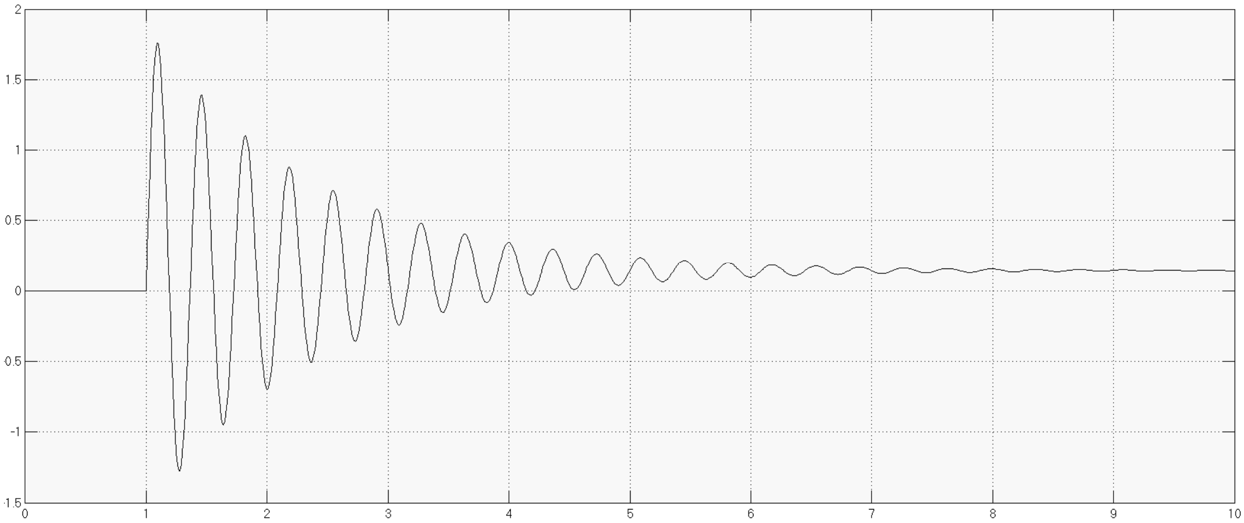


Рисунок 8 – Переходная характеристика системы по возмущению

В данном случае получили статическую ошибку $\varepsilon \approx 0.14$ (к этому значению стремится переходная характеристика).

Вывод: ошибка по возмущению определяется изменением регулируемой величины под действием возмущения при отсутствии входного воздействия. Во втором случае получили статическую ошибку, составляющую 14% от уровня входного воздействия (этот случай наблюдается, когда объект управления является интегрирующим звеном, а устройство управления – апериодическим звеном первого порядка). Если звенья поменять местами, то статическая ошибка не появляется.