МИРЭА. Типовой расчет по математическому анализу

Контрольные задания по теме Ряды

Задание 1.

Найти сумму числового ряда

1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(4n+1)(4n+5)}$ 2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{3^n+(-1)^n}{5^n}$ 3) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(2n^2-n)\left(\frac{2}{3}\right)^n$

Решение

1)

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(4n+1)(4n+5)}=\frac{1}{4}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4}{(4n+1)(4n+5)}=\frac{1}{4}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4n+5-(4n+1)}{(4n+1)(4n+5)}=\frac{1}{4}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{4n+1}-\frac{1}{4n+5}\right)=$$

$$=\frac{1}{4}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{4n+1}-\frac{1}{4(n+1)+1}\right)=\frac{1}{4}\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{4*1+1}-\frac{1}{4*2+1}+\frac{1}{4*2+1}-\frac{1}{4*3+1}+\ldots\right)=\frac{1}{4}\frac{1}{4*1+1}=\frac{1}{20}$$

2)

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n+(-1)^n}{5^n}=\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3}{5}\right)^n+\sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{1}{5}\right)^n$$

Получили две суммы геометрической прогрессии со знаменателем по модулю меньшим 1, тогда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n+(-1)^n}{5^n}=\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{3}{5}\right)^n+\sum_{n=1}^{\infty}\left(-\frac{1}{5}\right)^n=\frac{\frac{3}{5}}{1-\frac{3}{5}}+\frac{-\frac{1}{5}}{1+\frac{1}{5}}=\frac{\frac{3}{5}}{\frac{2}{5}}-\frac{\frac{1}{5}}{\frac{6}{5}}=\frac{3}{2}-\frac{1}{6}=\frac{4}{3}$$

3)

Рассмотрим функцию $f(x)=(2n^2-n)x^n$, где $|x|<1$, тогда в круге сходимости ряд можно интегрировать и дифференцировать, получаем

$$f(x)=(2n^2-n)x^n=(2n^2+2n-3n)x^n=(2n^2+2n)x^n-3nx^n=2n(n+1)x^n-3nx^n=$$
$$=2x^2\left(n(n+1)x^{n-2}\right)-3x\left(nx^{n-1}\right)=x^2\left(x^n\right)''-3x\left(x^n\right)'$$

Тогда,

$$\sum_{n=1}^{\infty}f(x)=\sum_{n=1}^{\infty}x^2\left(x^n\right)''-3x\left(x^n\right)'=x^2\sum_{n=1}^{\infty}\left(x^n\right)''-3x\sum_{n=1}^{\infty}\left(x^n\right)'=x^2\left(\sum_{n=1}^{\infty}x^n\right)''-3x\left(\sum_{n=1}^{\infty}x^n\right)'=$$
$$=x^2\left(\frac{x}{1-x}\right)''-3x\left(\frac{x}{1-x}\right)'=x^2\left(-\frac{x-1+1}{x-1}\right)''-3x\left(-\frac{x-1+1}{x-1}\right)'=x^2\left(-1+\frac{1}{x-1}\right)''-3x\left(-1+\frac{1}{x-1}\right)'=$$
$$=x^2\left(-\frac{1}{(x-1)^2}\right)'-3x\left(-\frac{1}{(x-1)^2}\right)=x^2\left(\frac{2}{(x-1)^3}\right)+\frac{3x}{(x-1)^2}=\frac{2x^2+3x(x-1)}{(x-1)^3}=\frac{5x^2-3x}{(x-1)^3}$$

Значит,

$$\sum_{n=1}^{\infty}(2n^2-n)\left(\frac{2}{3}\right)^n=\frac{5\left(\frac{2}{3}\right)^2-3\frac{2}{3}}{\left(\frac{2}{3}-1\right)^3}=54$$

Задание 2. Исследовать ряд на сходимость

1) $\sum_{n=1}^{\infty}(n^2-3n)tg^2\frac{\pi}{n^4}$ 2) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n-3}{n^2+3^{\frac{1}{n}}}$ 3) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(3n-1)n!}{(2n+1)!!}\left(\frac{5}{3}\right)^n$

4) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n^2+1}{n^2+4}\right)^{-n^3}\left(\frac{5}{2}\right)^n$

Решение.

1)

Так как $tgx \sim x, x \to 0$, тогда при $n \to \infty$ получаем, что $tg^2\frac{\pi}{n^4} \sim \left(\frac{\pi}{n^4}\right)^2$, тогда ряды

$\sum_{n=1}^{\infty}(n^2-3n)tg^2\frac{\pi}{n^4}$ и $\sum_{n=1}^{\infty}(n^2-3n)\left(\frac{\pi}{n^4}\right)^2$ сходятся и расходятся одновременно.

$$\sum_{n=1}^{\infty}(n^2-3n)\left(\frac{\pi}{n^4}\right)^2=\pi^2\left[\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^6}-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3}{n^7}\right]$$

Так как ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^a}$ сходится при $a>1$, поэтому ряды $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^6}, \sum_{n=1}^{\infty}\frac{3}{n^7}$ сходятся, значит, сходится и ряд $\sum_{n=1}^{\infty}(n^2-3n)\left(\frac{\pi}{n^4}\right)^2$, а значит, сходится и ряд $\sum_{n=1}^{\infty}(n^2-3n)tg^2\frac{\pi}{n^4}$

2)

Применим признак сравнения

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n-3}{n^2+3^{\frac{1}{n}}}>\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n-3}{n^2+3^{\frac{1}{1}}}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n-3}{n^2+3}$$

Рассмотрим ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$ и применим предельный признак сравнения

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\dfrac{2n-3}{n^2+3}}{\dfrac{1}{n}}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(2n-3)n}{n^2+3}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n^2-3n}{n^2+3}=2$. Предел конечен, значит, из расходимости $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{n}$ следует расходимость $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2n-3}{n^2+3}$, а, значит, и расходимость $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2n-3}{n^2+3^{\frac{1}{n}}}$

3)

Применим признак Даламбера

$$\lambda=\lim_{n\to\infty}\frac{\dfrac{(3(n+1)-1)(n+1)!}{(2(n+1)+1)!!}\left(\dfrac{5}{3}\right)^{n+1}}{\dfrac{(3n-1)n!}{(2n+1)!!}\left(\dfrac{5}{3}\right)^{n}}=\frac{5}{3}\lim_{n\to\infty}\frac{3n+2}{3n-1}\frac{(n+1)!}{n!}\frac{(2n+1)!!}{(2n+3)!!}=\frac{5}{3}\lim_{n\to\infty}\frac{3n+2}{3n-1}\frac{n+1}{2n+3}=\frac{5}{6}<1$$

Значит, ряд сходится

4)

Найдем предел $n-$ого члена ряда

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^2+1}{n^2+4}\right)^{-n^3}\left(\frac{5}{2}\right)^n=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^2+4-3}{n^2+4}\right)^{-n^3}\left(\frac{5}{2}\right)^n=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{-3}{n^2+4}\right)^{-n^3}\left(\frac{5}{2}\right)^n=$$

$$=\lim_{n\to\infty}\left[\left(1+\frac{-3}{n^2+4}\right)^{\frac{n^2+4}{-3}}\right]^{(-n^3)\left(\frac{-3}{n^2+4}\right)}\left(\frac{5}{2}\right)^n=\lim_{n\to\infty}e^{\frac{3n^3}{n^2+4}}\left(\frac{5}{2}\right)^n=\lim_{n\to\infty}e^{3n}\left(\frac{5}{2}\right)^n=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{5e^3}{2}\right)^n=\infty$$

Так как $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{n^2+1}{n^2+4}\right)^{-n^3}\left(\dfrac{5}{2}\right)^n \neq 0$, поэтому не выполняется необходимый признак сходимости ряда и ряд расходится

Задание 3. Используя интегральный признак Коши, исследовать ряд и оценить его сумму $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n}{n^4+4}$

Решение.

Используем интегральный признак Коши

$$\int_1^{\infty}\frac{x}{x^2+4}dx=\lim_{a\to\infty}\int_1^a\frac{x}{x^2+4}dx=\frac{1}{2}\lim_{a\to\infty}\int_1^a\frac{2x}{x^2+4}dx=\frac{1}{2}\lim_{a\to\infty}\int_1^a\frac{d\left(x^2\right)}{2^2+\left(x^2\right)^2}=\frac{1}{2}\lim_{a\to\infty}\left[\frac{1}{2}arctg\frac{x^2}{2}\right]_1^a=$$

$$=\frac{1}{2}\lim_{a\to\infty}\left[\frac{1}{2}arctg\frac{a^2}{2}-\frac{1}{2}arctg\frac{1^2}{2}\right]_1^a=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}arctg\frac{1}{2}\right]=\frac{1}{4}\left[\frac{\pi}{2}-arctg\frac{1}{2}\right]$$

Так как интеграл сходится, то и ряд сходится.

Значит,

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^4+4}>\frac{1}{4}\left[\frac{\pi}{2}-arctg\frac{1}{2}\right]$$

Задание 4. Исследовать на абсолютную и условную сходимость

1) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\dfrac{1}{n^4}$ 2) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\dfrac{n}{n^2+\ln n}$ 3) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n^2+3n}\dfrac{2^n}{n^n+2^n}$

Решение

1)

Рассмотрим сразу абсолютный ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^4}$

Так как ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^a}$ сходится при $a>1$, значит, ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^4}$ сходится и ряд $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{1}{n^4}$ сходится абсолютно

2)

Пусть $a_n=\frac{n}{n^2+\ln n}=\frac{1}{n+\frac{\ln n}{n}}$, тогда, получаем

$$a_{n+1}-a_n=\frac{1}{n+1+\frac{\ln(n+1)}{n+1}}-\frac{1}{n+\frac{\ln n}{n}}<\frac{1}{n+1+\frac{\ln(n+1)}{n+1}}-\frac{1}{n+\frac{\ln n}{n}}<\frac{1}{n+1+\frac{\ln n}{n}}-\frac{1}{n+\frac{\ln n}{n}}<0$$ и

$\lim_{n\to\infty}a_n=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n+\frac{\ln n}{n}}=0$, поэтому по признаку Лейбница ряд сходится.

Рассмотрим абсолютный ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^2+\ln n}$

Рассмотрим ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$ и применим предельный признак сравнения

$\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{n}{n^2+\ln n}}{\frac{1}{n}}=\lim_{n\to\infty}\frac{n^2}{n^2+\ln n}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{1+\frac{\ln n}{n^2}}=1$. Предел конечен, значит, из расходимости $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$ следует расходимость $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^2+\ln n}$, а, значит, ряд $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n}{n^2+\ln n}$ сходится условно

3)

Рассмотрим сразу абсолютный ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n^n+2^n}$. Применим признак сравнения и радикальный признак Коши

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n^n+2^n}<\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n^n}=\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2}{n}\right)^n$$

$$\lambda=\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{\left(\frac{2}{n}\right)^n}=\lim_{n\to\infty}\frac{2}{n}=0<1$$

Значит, ряд сходится и исходный ряд сходится абсолютно

Задание 5. Используя признак Вейерштрасса, исследовать на равномерную сходимость при $x\in R$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{x^2-4nx+5n^4}$$

Решение

Распишем ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{x^2-4nx+5n^4}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{x^2-4nx+4n^2-4n^2+5n^4}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(x-2n)^2-4n^2+5n^4}$$

Тогда, получаем, что

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{x^2-4nx+5n^4}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(x-2n)^2-4n^2+5n^4}\le\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{-4n^2+5n^4}$$

Исследуем сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{-4n^2+5n^4}$

Рассмотрим сходящийся ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$ и применим предельный признак сравнения

$\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{-4n^2+5n^4}}{\frac{1}{n^2}}=\lim_{n\to\infty}\frac{n^2}{-4n^2+5n^4}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{-4+5n^2}=-\frac{1}{4}$. Предел конечен, значит, из сходимости $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$ следует сходимость $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{-4n^2+5n^4}$. Значит, по признаку Вейерштрасса, ряд равномерно сходится при $x\in R$

Задание 6. Найти множество x при которых сходится степенной ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(4x+1)^n}{n(-3)^n}$

Решение. Найдем радиус сходимости

$$R=\lim_{n\to\infty}\left|\frac{\frac{1}{n(-3)^n}}{\frac{1}{(n+1)(-3)^{n+1}}}\right|=3\lim_{n\to\infty}\frac{n+1}{n}=3$$

Значит, $|4x+1|<3\Rightarrow x\in\left(-1;\frac{1}{2}\right)$

Исследуем сходимость на концах интервала

При $x=-1$ получаем ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(4(-1)+1)^n}{n(-3)^n}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-3)^n}{n(-3)^n}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$, который расходится, так как является гармоническим

При $x=\frac{1}{2}$ получаем ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\left(4\frac{1}{2}+1\right)^n}{n(-3)^n}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n(-3)^n}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n}$, который сходится по признаку Лейбница, так как $\frac{1}{n+1}<\frac{1}{n}$ и $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}=0$

Значит, область сходимости - $x\in\left(-1;\frac{1}{2}\right]$

Задание 7. Свести вычисление интеграла к суммированию ряда $I=\int_0^1\frac{e^{t^2}-\cos t}{t}dt$

Решение

Применим разложение функции в ряд Маклорена

$e^x=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{x^k}{k!}, \cos x=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k x^{2k}}{(2k)!}$, тогда получаем

$$I=\int_0^1\frac{e^{t^2}-\cos t}{t}dt=\int_0^1\frac{\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\left(t^2\right)^k}{k!}-\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k t^{2k}}{(2k)!}}{t}dt=\int_0^1\frac{\sum_{k=0}^{\infty}\frac{t^{2k}}{k!}-\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(-1)^k t^{2k}}{(2k)!}}{t}dt=$$

$$=\int_0^1\frac{\left(1+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{t^{2k}}{k!}\right)-\left(1+\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^k t^{2k}}{(2k)!}\right)}{t}dt=\int_0^1\frac{\sum_{k=1}^{\infty}\frac{t^{2k}}{k!}-\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^k t^{2k}}{(2k)!}}{t}dt=\int_0^1\frac{\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{k!}+\frac{(-1)^{k+1}}{(2k)!}\right)t^{2k}}{t}dt=$$

$$=\int_0^1\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{1}{k!}+\frac{(-1)^{k+1}}{(2k)!}\right)t^{2k-1}dt=\sum_{k=1}^{\infty}\int_0^1\left(\frac{1}{k!}+\frac{(-1)^{k+1}}{(2k)!}\right)t^{2k-1}dt=\sum_{k=1}^{\infty}\left[\frac{1}{2k}\left(\frac{1}{k!}+\frac{(-1)^{k+1}}{(2k)!}\right)t^{2k}\right]_0^1=$$

$$=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{2k}\left(\frac{1}{k!}+\frac{(-1)^{k+1}}{(2k)!}\right)$$

Задание 8. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)=|x|+4$, заданную на интервале $x\in(-1;1)$. Выписать равенство Парсеваля для данной функции. Найти сумму соответствующего ряда.

Решение.

Так как функция четная($f(-x)=|-x|+4=|x|+4=f(x)$), поэтому $b_n\equiv 0$

Запишем $f(x)$ в другом виде

$$f(x)=\begin{cases} x+4, x\in[0;1] \\ -x+4, x\in[-1;0] \end{cases}$$

Найдем a_n

Параметр $l=1$

Вычислим коэффициенты ряда Фурье

$$a_0=\frac{1}{1}\int_{-1}^{1} f(x)dx=\int_{-1}^{0}(-x+4)\,dx+\int_{0}^{1}(x+4)\,dx=\left[-\frac{x^2}{2}+4x\right]_{-1}^{0}+\left[\frac{x^2}{2}+4x\right]_{0}^{1}=-\left[-\frac{1}{2}-4\right]+\left[\frac{1}{2}+4\right]=9$$

$$a_n=\frac{1}{1}\int_{-1}^{1} f(x)\cos\frac{\pi nx}{1}dx=\int_{-1}^{0}(-x+4)\cos\pi nxdx+\int_{0}^{1}(x+4)\cos\pi nxdx=$$

$$=-\int_{-1}^{0} x\cos\pi nxdx+4\int_{-1}^{0}\cos\pi nxdx+\int_{0}^{1} x\cos\pi nxdx+4\int_{0}^{1}\cos\pi nxdx=$$

$$=-\int_{-1}^{0} x\cos\pi nxdx+\int_{0}^{1} x\cos\pi nxdx+4\int_{-1}^{1}\cos\pi nxdx=\dots$$

$$\int x\cos\pi nxdx=\left|\begin{matrix} u=x & du=dx \\ dv=\cos\pi nxdx & v=\dfrac{1}{\pi n}\sin\pi nx\end{matrix}\right|=x\frac{1}{\pi n}\sin\pi nx-\int\frac{1}{\pi n}\sin\pi nxdx=$$

$$=\frac{x\sin\pi nx}{\pi n}+\frac{\cos\pi nx}{(\pi n)^2}$$

$$\dots=-\left[\frac{x\sin\pi nx}{\pi n}+\frac{\cos\pi nx}{(\pi n)^2}\right]_{-1}^{0}+\left[\frac{x\sin\pi nx}{\pi n}+\frac{\cos\pi nx}{(\pi n)^2}\right]_{0}^{1}+4\left[\frac{\sin\pi nx}{\pi n}\right]_{-1}^{1}=$$

$$=-\left[\frac{0\sin\pi n0}{\pi n}+\frac{\cos\pi n0}{(\pi n)^2}\right]+\left[\frac{-1\sin\pi n(-1)}{\pi n}+\frac{\cos\pi n(-1)}{(\pi n)^2}\right]+\left[\frac{1\sin\pi n1}{\pi n}+\frac{\cos\pi n1}{(\pi n)^2}\right]-\left[\frac{0\sin\pi n0}{\pi n}+\frac{\cos\pi n0}{(\pi n)^2}\right]+$$

$$+4\left[\frac{\sin\pi n1}{\pi n}\right]-4\left[\frac{\sin\pi n(-1)}{\pi n}\right]=-\frac{1}{(\pi n)^2}+\frac{(-1)^n}{(\pi n)^2}+\frac{(-1)^n}{(\pi n)^2}-\frac{1}{(\pi n)^2}=\frac{2}{(\pi n)^2}\left((-1)^n-1\right)$$

Тогда,

$$f(x)=\frac{9}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{(\pi n)^2}\left((-1)^n-1\right)\cos\pi nx$$

Запишем равенство Парсеваля

$$\frac{9}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2}{(\pi n)^2}\left((-1)^n-1\right)\right)^2=\int_{-1}^{1} f^2(x)dx=\int_{-1}^{1}(|x|+4)^2 dx$$

$$\frac{9}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4}{(\pi n)^4}\left(1-2(-1)^n+1\right)=\int_{-1}^{1}(|x|+4)^2 dx$$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{8}{(\pi n)^4}\left(1-(-1)^n\right)=\int_{-1}^{1}(|x|+4)^2 dx-\frac{9}{2}$$

Найдем $\int_{-1}^{1}\left(|x|+4\right)^2 dx$

$$\int_{-1}^{1}\left(|x|+4\right)^2 dx=\int_{-1}^{0}\left(-x+4\right)^2 dx+\int_{0}^{1}\left(x+4\right)^2 dx=\int_{-1}^{0}\left(x-4\right)^2 dx+\int_{0}^{1}\left(x+4\right)^2 dx=$$

$$=\left[\frac{\left(x-4\right)^3}{3}\right]_{-1}^{0}+\left[\frac{\left(x+4\right)^3}{3}\right]_{0}^{1}=\frac{\left(0-4\right)^3}{3}-\frac{\left(-1-4\right)^3}{3}+\frac{\left(1+4\right)^3}{3}-\frac{\left(0+4\right)^3}{3}=\frac{122}{3}$$

Тогда,

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{8}{\left(\pi n\right)^4}\left(1-\left(-1\right)^n\right)=\frac{122}{3}-\frac{9}{2}=\frac{217}{6}$$